∽ Brevet d'Études du Premier Cycle ∾
Poitiers juin 1954

ALGÈBRE

1. Calculer l'expression

$$E = \frac{3x^2-4}{4-x^2} + \frac{4}{2-x} - \frac{2}{2+x}$$

et montrer que, toutes simplifications effectuées, elle peut se mettre sous la forme

$$E = \frac{3x}{2-x}.$$

2. On pose $Y = 3x$ et $y = 2 - x$.

Tracer sur un même graphique les droites qui représentent les fonctions Y et y, l'unité de longueur imposée sur les deux axes étant 2 centimètres.

Calculer les coordonnées du point d'intersection, A, de ces droites et vérifier les résultats sur le graphique.

3. On trace par rapport aux mêmes axes la droite représentative de la fonction $z = -\frac{x}{3}$.

Cette droite (L) coupe en B la droite $y = 2 - x$. Calculer les coordonnées du point B.

Montrer que le triangle AOB est rectangle en O ; calculer la longueur de ses côtés et son aire et donner la valeur de cette aire en cm^2 sur le graphique.

GÉOMÉTRIE

Deux cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$, de centres O et O′, tels que le diamètre [AB] du premier soit double de celui, [BC], du second, sont tangents extérieurement au point B.
On trace une corde [BM] du cercle $\mathscr{C}$ et l'on mène dans le cercle $\mathscr{C}'$ la corde [BM′] perpendiculaire à [BM].
La droite (MM′) coupe la droite (ABC) au point I.

1. Montrer que les cordes [BM] et [CM′] sont parallèles, ainsi que les rayons [OM] et [O′M′].

2. Établir la similitude des triangles IOM et IO′M′ et donner la valeur du rapport de similitude.

Montrer que la position du point I sur le diamètre [ABC] est indépendante de la corde [BM] choisie.

3. On prolonge la corde [MB] jusqu'à sa rencontre en P′ avec le cercle $\mathscr{C}'$ et la corde [DM′] jusqu'à sa rencontre en P avec le cercle $\mathscr{C}$.

Montrer que les droites (PM) et (P′M′) conyor„r,y les centres des cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.

Préciser la position du point d'intersection de la droite (PP′) et du diamètre [ABC].