

œ Brevet d'Études du Premier Cycle œ

Poitiers juin 1959

ALGÈBRE

On donne l'expression

$$E(x) = \frac{6x - 6 - \frac{3}{4}x(2x - 2)}{4 - 4x^2}.$$

1. Écrire le numérateur de E sous la forme d'un produit de facteurs; faire de même pour le dénominateur, puis simplifier E.
2. Déterminer x pour que E = 1.
3. Soient (D) et (D') les droites représentatives des fonctions

$$y = -\frac{3}{4}x + 3 \quad \text{et} \quad y = -2x - 2.$$

Tracer ces droites et calculer les coordonnées de leur point d'intersection A.

Pourquoi retrouve-t-on le nombre obtenu à la question 2.?

L'unité de longueur imposée sur les axes est le centimètre.

4. Soit B la projection orthogonale du point A sur l'axe $x'Ox$.
Les droites (D) et (D') coupent respectivement l'axe $x'Ox$ aux points C et E.
Calculer \overline{EB} , \overline{EC} et la longueur du segment [AC].
Prouver que [AE] est bissectrice de l'angle \widehat{BAC} .

GÉOMÉTRIE

Soit un demi-cercle de diamètre [AB] tel que $AB = 2R$.

On construit en A et B les deux tangentes Ax et By et l'on prend un point M sur le demi-cercle.

(AM) coupe By en P et (BM) coupe Ax en Q.

1. Démontrer que les deux triangles AQB et APB sont semblables et en déduire la relation

$$AQ \cdot BP = 4R^2.$$

2. Dans le cas où l'angle \widehat{MAB} vaut 60° , calculer, en fonction de R, la longueur des côtés et celles des diagonales du trapèze AQP B.

3. On considère maintenant que $BM = R\sqrt{3}$.

On mène en M la perpendiculaire au plan du demi-cercle de diamètre [AB].

Soit C un point de cette perpendiculaire tel que $MC = MA$.

Calculer CB et CP en fonction de R.

L'angle \widehat{PCB} est-il un angle droit?