

∞ Brevet des collèges Poitiers juin 1961 ∞

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

A. P. M. E. P.

1. Simplifier les fractions

$$\frac{x-x^2}{1-x^2} \quad \text{et} \quad \frac{1+x}{1+2x+x^2}.$$

2. On donne l'expression

$$E(x) = \frac{x-x^2}{1-x^2} + \frac{1+x}{1+2x+x^2} - \frac{1-2x}{1-x}.$$

Calculer $E(x)$ et trouver sa valeur numérique pour $x=0$, puis pour $x=-\frac{1}{2}$ puis pour $x=\sqrt{2}$.

(Dans ce dernier cas, donner le résultat sans radical au dénominateur.)

3. Résoudre l'équation $E(x) = -2$.

4. Calculer

$$\frac{x-x^2}{1-x^2} \cdot \frac{1+x}{1+2x+x^2}.$$

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle équilatéral ABC.

1. On considère le cercle tangent en B à (AB) et en C à (AC).
Démontrer que le rayon de ce cercle est égal au rayon du cercle circonscrit au triangle ABC.
2. Soit Q un point quelconque de l'arc \widehat{BC} situé à l'intérieur du triangle ABC.
Soient D et E les points d'intersection de (BQ) avec (AC) et de (CQ) avec (AB).
Comparer les triangles AEC et CBO.
3. Démontrer que les quatre points A, E, Q, D sont sur un même cercle.
4. En déduire la relation

$$CQ \cdot CE = CD \cdot CA.$$