

œ Brevet Poitiers juin 1964 œ

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

On donne les expressions

$$A(x) = (2x+3)^2 - (x+4)^2,$$

$$B(x) = x^3 - 2x^2 + x.$$

1. Mettre $A(x)$ et $B(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
2. Développer et ordonner l'expression $A(x)$, puis résoudre l'équation

$$3x^2 + 4x - 7 = 0.$$

3. a. Simplifier la fraction rationnelle $F(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$.

b. Pour quelle valeur de x a-t-on $F(x) = \frac{1}{x}$?

4. Soient (D_1) et (D_2) les graphes des fonctions

$$y = 3x + 7 \quad \text{et} \quad y = x - 1.$$

(D_1) et (D_2) se coupent en P et coupent respectivement y' en A et B.

Calculer les coordonnées des points A, B et P et celles du milieu, I, de [BP].

Le graphique permet-il de vérifier la réponse à la question b. du 3. ?

Trouver l'équation de la droite (OI).

GÉOMÉTRIE

On donne un demi-cercle de diamètre [AB] tel que $AB = 2R$ et de centre O et un point P de [AB], extérieur au cercle, tel que $PA = 2R$.

1. Par P, mener la tangente PC, qui touche le demi-cercle en C.
Indiquer nettement sur la figure la construction utilisée, sans donner d'explication.
Calculer PC en fonction de R .

2. En A et B, on mène les tangentes Ax et By au demi-cercle, qui coupent PC respectivement en D et E.

Démontrer que le quadrilatère OCEB est inscriptible.

En déduire que

$$PC \cdot PE = 12R^2,$$

puis calculer PE en fonction de R .

3. Démontrer que le triangle DOE est rectangle.

En déduire que

$$AD \cdot BE = R^2,$$

4. Établir la similitude des triangles PDO et POE et montrer que

$$PO^2 = \overline{PD} \cdot \overline{PE}.$$

Montrer alors que (PO) est tangente au cercle circonscrit au triangle DOE.