∽ Brevet des collèges Poitiers juin 1965 ∾

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

1. Mettre sous forme d'un produit de facteurs du premier degré les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A(x) &= (3-x)^2 - 2(x-3)(x-5) - \left(2x^2-18\right), \\ B(x) &= 2x^2 - 16x + 32 \end{aligned}$$

2. On considère les expressions :

$$F_1(x) = \frac{A(x)}{x-3} \qquad \text{et} \qquad F_2(x) = \frac{B(x)}{4-x}$$

On désignera par $F_1'(x)$ et $F_2'(x)$ les expressions simplifiées de $F_1(x)$ et $F_2(x)$.
Résoudre l'équation :

$$F_1'(x) + F_2'(x) = 0.$$

3. Représenter sur un même graphique les fonctions suivantes :

$$y = 3x - 1, \qquad \text{et} \qquad y = 8 - 2x$$

Le point M de coordonnées $(1,8\ ;\ 4,4)$ appartient-il à l'une ou aux deux droites tracées ?
Justifier la réponse.
Le graphique peut-il donner la solution de cette question ?

GÉOMÉTRIE

Soit C le milieu d'un demi-cercle donné de centre O et de diamètre [AB] et M un point appartenant à l'arc $\overset{\frown}{\text{CB}}$.
Le segment [AM] coupe (OC) en D.
On désigne par I la projection orthogonale de C sur la droite (AM).

1. Montrer que, quel que soit le point M, les quatre points C, A, O et I appartiennent à un cercle fixe, dont on précisera le centre.
2. Quelle est la valeur de l'angle convexe (ou saillant) $\widehat{\text{COM}}$ et que peut-on dire de (OI) pour le triangle COM ?
3. Réciproquement, M étant toujours un point de l'arc $\overset{\frown}{\text{CB}}$, on désigne par K le point d'intersection de la bissectrice de l'angle convexe (ou saillant) $\widehat{\text{COM}}$ avec la droite (AM).

   Ce point K appartient-il au cercle défini dans la question 1. ?

   Justifier votre réponse.
4. Montrer que le quadrilatère ODMB est inscriptible et que le produit $\overline{\text{AD}} \times \overline{\text{AM}}$ est constant lorsque M se déplace sur l'arc $\overset{\frown}{\text{CB}}$.
5. Dans le cas où $\widehat{\text{MAB}} = 30°$, calculer les longueurs AD, AM et MB en fonction de R, rayon du cercle (O).