

## ∞ Brevet des collèges Poitiers juin 1975 ∞

### Algèbre

Soit les deux applications  $f$  et  $g$  définies dans  $\mathbf{R}$  par

$$\begin{aligned}f(x) &= x^2 + 4 + 4x, \\g(x) &= (2x - 1)^2 - (x - 3)^2\end{aligned}$$

1. Écrire  $f(x)$  et  $g(x)$  sous forme de produits de facteurs du premier degré.
2. Soit  $N(x) = f(x) - 2g(x)$  et  $D(x) = f(x) + g(x)$ .  
Factoriser  $N(x)$  et  $D(x)$ .
3. Résoudre les équations :

$$N(x) = 0 \quad \text{et} \quad D(x) = 0.$$

4. On considère la fonction rationnelle  $p$  définie dans  $\mathbf{R}$  par :

$$p(x) = \frac{N(x)}{D(x)}.$$

- a. Quel est son domaine de définition  $\mathcal{D}$  ?
- b. Montrer que  $p(x)$  peut s'écrire dans  $\mathcal{D}$  :  $\frac{5(2-x)}{2(2x-1)}$ .
- c. Résoudre dans  $\mathcal{D}$  les équations

$$p(x) = 1 \quad \text{et} \quad p(x) = -2.$$

- d. Calculer  $p(\sqrt{2})$  et donner le résultat sous la forme d'un quotient dont le dénominateur est entier.

### Géométrie

Dans le plan rapporté au repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  on donne les points

$$A(-2; 7), \quad B(-5; -2), \quad C(7; -2), \quad D(1; 4)$$

En déduire que les points A, D, C sont alignés. Montrer que le triangle (A, D, B) est rectangle en D.

1. Déterminer les composantes des vecteurs  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{BD}$ .
2. Déterminer la fonction affine représentée graphiquement par la droite (BD).  
La parallèle à l'axe des ordonnées passant par A coupe (BD) au point H.  
Quelles sont les coordonnées de H ?  
Montrer que H est le milieu de BD.
3. Trouver les coordonnées  $(x; y)$  du point G tel que :

$$3\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}.$$

4. I est le point d'abscisse(+ 1) sur la droite (HG).  
Quelle est l'ordonnée de I ?  
Montrer que I est le centre du cercle passant par les points A, B, et C.