

🌀 Brevet Poitiers juin 1976 🌀

Algèbre

On rappelle que l'écriture $|a|$ représente la valeur absolue de a ; pour tout nombre réel a

$$\begin{aligned} \text{si } a \geq 0, & \text{ alors } |a| = a. \\ \text{si } a < 0, & \text{ alors } |a| = -a. \end{aligned}$$

1. a. Quels sont les nombres réels x solutions de l'équation

$$|x - 4| = x - 4?$$

- b. Quels sont les nombres réels x solutions de l'équation

$$|x - 4| = -x + 4?$$

- c. Montrer que, pour tout nombre réel x .

$$|x - 4|^2 = (x - 4)^2.$$

- d. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation

$$|x - 4| = 2.$$

2. Soit f l'application de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$f(x) = |x - 4|.$$

Soit g l'application de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$g(x) = 2.$$

- a. Représenter graphiquement les applications f et g dans un plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- b. Expliquer comment la représentation graphique précédente permet de retrouver le résultat de la question 1. d.
- c. Soit h la fonction rationnelle définie par

$$h(x) = \frac{x^2 - 8x + 16}{|x - 4|}.$$

Pour quels nombres réels x a-t-on $h(x) = f(x)$?

Géométrie

Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère les points A, B, C et D définis par

$$\overrightarrow{OA} = -6\vec{i} - 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{OB} = \vec{i}, \quad \overrightarrow{OC} = -6\vec{i} + 7\vec{j}, \quad \overrightarrow{OD} = -7\vec{i} + 2\vec{j}$$

OB = 1

1. Déterminer les coordonnées (ou composantes) de \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{BD} et \overrightarrow{BC} .
2. Montrer que les points B, D et C sont alignés et que les vecteurs \overrightarrow{AD} et \overrightarrow{BD} sont orthogonaux.
3. Quelles sont les coordonnées du point E, image du point C, dans la translation de vecteur \overrightarrow{DA} ?
4. Montrer que le quadruplet (A, E, C, D) est un carré.
5. Soit M le milieu du bipoint (A, C) et N la projection orthogonale de D sur la droite (AB).
Montrer que les points A, M, O et N appartiennent à un même cercle.
Quelles sont les coordonnées de son centre S? Quel est son rayon?