Brevet Poitiers juin 1994

Activités numériques

Exercice 1 **6 points**

On a compté le nombre de véhicules franchissant un péage d'autoroute pendant une heure. Les véhicules sont classés dans les catégories suivantes : voitures, autocars, camions, motos. Voici les renseignements fournis :

— 112 autocars ont franchi le péage ce qui représente 16 %de la totalité des véhicules ;

— on a compté 84 motos et 168 camions.

1. Calculer le nombre total de véhicules ayant franchi le péage pendant l'heure.
2. On désire établir la représentation graphique des résultats par un diagramme semi-circulaire (1 800 représenteront alors 700 véhicules).
   a. Recopier et compléter le tableau suivant. Les mesures en degré des angles seront arrondies à l'entier le plus proche.

Catégories	Autocars	Motos	Camions	Voitures	Total
Nombre de passages					
Fréquence en %					
Mesure de l'angle					

   b. Représenter ces données par un diagramme semi-circulaire ayant 6 cm pour rayon.

Exercice 2 **4 points**

On pose $E = (4x-3)^2 + 6x(4-x) - \left(x^2+9\right)$.

1. Montrer que E est égal au carré de $3x$.
2. Trouver les valeurs de x pour lesquelles $E = 144$.
3. Calculer la valeur de E pour $x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Exercice 3 **2 points**

Une unité de mesure étant choisie, trois points A, B et C du plan sont tels que :

$AB = 2\sqrt{3}$, $BC = \sqrt{75}$ et $AC = \sqrt{147}$.

1. Vérifier que AB + BC = AC.
2. Que peut-on en conclure pour ces trois points ?

Activités géométriques

Exercice 1 — 5 points

Dans cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 12 et AC = 8.

1. Faire une figure.
2. M est un point du segment AB], distinct de A et B. On désigne par x la longueur AM, avec $0 < x < 12$.

   Par M on mène la parallèle à (AC) qui coupe [BC] en N.

   Par N on mène la parallèle à (AB) qui coupe [AC] en R.

   On obtient un rectangle AMNR (on l'admettra sans démonstration).

   a. Exprimer BM en fonction de x.

   b. Soit y la longueur MN. Calculer y en fonction de x et montrer que y peut s'écrire sous la forme :

   $y = -\dfrac{2}{3}x + 8$. (On pourra utiliser le théorème de Thalès)
3. Calculer x pour que AMNR soit un carré.
4. Calculer en fonction de x le périmètre du rectangle AMNR, puis déterminer les valeurs de x comprises entre 0 et 12 pour lesquelles le périmètre du rectangle AMNR est supérieur à 20.

Exercice 2 — 3 points

ABC est un triangle isocèle tel que AB = AC. Le point H est le milieu de [BC] et D le symétrique de A par rapport à H.

1. Montrer que ABDC est un losange.
2. Placer le point E tel que AE = BC.

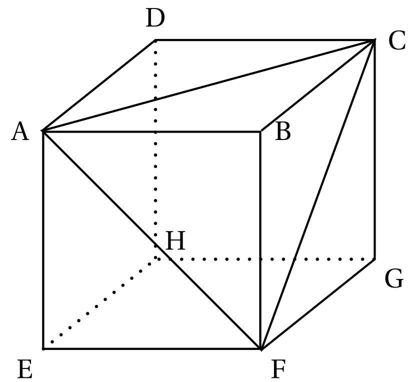
   Quelle est la nature du quadrilatère AECB ?
3. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux.

Exercice 3 — 4 points

ABCDEFGH est un cube.

1. Montrer que le triangle AFC est équilatéral. Le justifier.

2. On prendra 7 cm pour longueur commune des côtés du triangle AFC.
Dessiner un patron de la pyramide BFCA (on laissera les traits de construction).



Problème **12 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). On prendra sur chaque axe 4 cm pour unité graphique.

1. **a.** Construire le carré OABC tel que I soit le milieu de [OA] et J le milieu de [OC].
b. Par lecture graphique, donner les coordonnées des points A, B, C, et K milieu de [AB].

2. Les droites (OK) et (CI) se coupent en L.
a. Donner les coefficients directeurs des droites (OK) et (CL). (On pourra utiliser une méthode graphique).
b. En déduire que les droites (OK) et (CL) sont perpendiculaires.

3. **a.** Calculer la tangente de l'angle $\widehat{KOA}$.
b. En exprimant $\tan\widehat{KOA}$ d'une autre manière, montrer que OL = 2LI.

4. Cette question est indépendante des questions 5 et 6.
Dans le triangle OLI, on pose IL = x.
a. Calculer la valeur exacte de x
b. Montrer que l'aire du triangle OLI est égale à $\dfrac{1}{20}$ de l'aire du carré.

5. On trace le cercle circonscrit au triangle CBK. Montrer que les points J et L appartiennent à ce cercle.
Quelles sont les coordonnées du centre de ce cercle ?

6. La droite (OK) coupe (AC) en G.
Montrer que le point G est le centre de gravité du triangle OBA.