

~ Brevet Poitiers juin 1995 ~

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

Les questions de cet exercice sont indépendantes les unes des autres.

1. On pose $A = (2x - 1)^2 - 3(5x - 4)$.
Développer et réduire A .
2. Soit $B = (3x - 1)^2 - 25$.
Factoriser B et calculer B pour $x = 2$.
3. Résoudre l'équation : $2x^2 = 18$.
4. Résoudre l'inéquation : $4x - 5(x + 3) \leq 0$.

Exercice 2

Au moment de la rentrée, Pauline a payé 80 F pour l'achat de 4 cahiers et de 3 classeurs.
Dans le même magasin, Fabien a acheté 3 cahiers et 4 classeurs identiques à ceux de Pauline.
Il a payé 84,50 F.

Après avoir traduit la situation sous la forme d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues, calculer, dans ce magasin, le prix d'un cahier et celui d'un classeur.

Exercice 3

On pose $A = \sqrt{48} + \sqrt{20}$ et $B = \sqrt{108} - \sqrt{45}$.

1. Montrer que A s'écrit sous la forme $a\sqrt{3} + b\sqrt{5}$ et B s'écrit sous la forme $c\sqrt{3} + d\sqrt{5}$, où a, b, c, d sont des entiers relatifs.
2. Montrer que le produit AB est un nombre entier.

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

Exercice 1

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O, I, J) d'unité graphique 1 cm. On donne :

$$A(3; 6), \quad B\left(-\frac{1}{2}; 4\right) \quad \text{et} \quad C\left(\frac{7}{2}; 2\right).$$

1. Montrer que la droite (D) d'équation $y = -\frac{1}{2}x + \frac{15}{4}$ passe par B et C .
2. Montrer que les segments $[DA]$ et $[BC]$ ont même milieu.
3. Montrer que les droites (OA) et (BC) sont perpendiculaires.
4. Quelle est la nature du quadrilatère $OBAC$?

Exercice 2

ABCD est un trapèze rectangle en A et D tel que $AD = 3$ cm et $AB = 2DC$.
De plus, l'aire de ce trapèze est 27 cm².

1. Calculer, en centimètres, les longueurs DC et AB.
2. Démontrer que le périmètre du trapèze ABCD est égal à $21 + 3\sqrt{5}$ cm.

On rappelle que l'aire d'un trapèze de bases B et b , et de hauteur h est égale à : $\frac{B+b}{2} \times h$.

PROBLÈME

Soit ABCD un rectangle de centre O tel que le côté [AD] mesure 5 cm et la diagonale [BD] mesure 10 cm.

1.
 - a. Construire en vraie grandeur ce rectangle en justifiant en quelques lignes votre construction.
 - b. Calculer la longueur AB et montrer que la valeur exacte de AB s'écrit sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un entier que l'on déterminera.
2. Soit I le milieu de [AB]. On trace le cercle (\mathcal{C}) de centre O et de rayon OI qui coupe le segment [OB] en E et le segment [OD] en F.
 - a. Montrer que le triangle OCB est équilatéral.
 - b. Montrer que E est le milieu de [OB] et que la droite (CE) est tangente au cercle (\mathcal{C}).
3.
 - a. Montrer que la droite (AF) est parallèle à la droite (CE).
 - b. La droite (CE) coupe la droite (AB) en J et la droite (AF) coupe la droite (DC) en K.
Démontrer que $\frac{BJ}{BA} = \frac{1}{3}$.
 - c. En déduire, en utilisant la valeur exacte de AB trouvée en 1. b., la longueur BJ puis AJ.
4.
 - a. Quelle est la nature du quadrilatère AKCJ?
 - b. En déduire l'alignement des points K, O, J.
 - c. Quelle est, en cm², l'aire du quadrilatère AKCJ?