∽ Brevet d'Études du Premier Cycle septembre 1959 ∾
Poitiers
ALGÈBRE

1. Décomposer en produit de facteurs l'expression

$$A(x) = (2x-1)(3x+1) - (2x-1)^2.$$

Pour quelles valeurs de x a-t-on $A(x) = 0$?

2. Simplifier la fraction

$$y = \frac{(2x-1)(3x+1) - (2x-1)^2}{x+2}.$$

3. Construire les droites D_1 et D_2 représentant graphiquement les variations des fonctions

$$y_1 = 2x - 1, \qquad \text{et} \qquad y_2 = -5x + 2.$$

(On prendra le centimètre comme unité de longueur sur chaque axe.)

4. Par un point M de l'axe des ordonnées on mène la parallèle à l'axe des abscisses, qui rencontre D_1 en A et D_2 en B.
Si h est l'ordonnée de M, évaluer, en fonction de h, les abscisses respectives de A et B.
Déterminer h pour que M soit le milieu de [AB].

GÉOMÉTRIE

Soit un demi-cercle de diamètre [AB] tel que AB $= 2R$, de centre O.
Une tangente mobile touche le cercle en M et rencontre en C et D les tangentes (fixes) en A et B.

1. Démontrer que le triangle COD est rectangle et que le produit AC × BD reste constant quand la tangente varie.

2. On appelle H le pied de la perpendiculaire abaissée de M sur (AB).
Démontrer l'égalité $\dfrac{\text{HA}}{\text{HB}} = \dfrac{\text{AC}}{\text{BD}}$.
En déduire que les triangles AHC et BHD sont semblables et que [HM) est bissectrice de l'angle $\widehat{\text{CHD}}$.

3. Démontrer que le produit CD × MH reste constant quand la tangente varie.
[On pourra comparer le triangle MOH au triangle obtenu en menant par D (ou C) la parallèle à (AB).]