

œ Brevet des collèges Poitiers septembre 1970 œ

ALGÈBRE

Soit l'expression

$$E(x) = (3x - 2)(2x + 1) - (3x - 2)^2 + 9x^2 - 4.$$

1. Développer et réduire cette expression, puis l'ordonner par rapport aux puissances décroissantes de x .
2. Décomposer cette expression en un produit de facteurs et déterminer les valeurs de x pour lesquelles $E(x) = 0$.
3. Représenter graphiquement les fonctions

$$y_1 = 3x - 2 \quad \text{et} \quad y_2 = 2x + 5.$$

Le graphique permet-il de retrouver les valeurs de x pour lesquelles $E(x) = 0$?

4. Calculer les coordonnées du point d'intersection, A, des droites représentatives de y_1 et y_2 .
Le point A appartient-il à la représentation graphique de la fonction $y = 3x + 7$?

GÉOMÉTRIE

Un triangle ABC est inscrit dans un cercle de centre O et de rayon R .

On trace le diamètre [AD] et les hauteurs [AA'] et [BB'], qui se coupent en H.

1. Démontrer que les triangles BB'C et ADB sont semblables; en déduire la relation

$$\frac{BC \times BD}{B'C} = 2R.$$

2. Démontrer que les quatre points A, A', B et B' appartiennent à un même cercle; en déduire la relation

$$HA \times HA' = HB \times HB'.$$

3. Démontrer que (DB) est tangente au cercle circonscrit au triangle AA'B'.
4. Calculer AB en fonction de R dans chacun des cas suivants :

$$\widehat{ACB} = 30^\circ, \quad \widehat{ACB} = 60^\circ, \quad \text{et} \quad \widehat{ACB} = 45^\circ.$$