

œ Brevet des collèges Poitiers septembre 1973 œ

ALGÈBRE

1. On considère la fonction polynôme f définie par

$$f(x) = (2x - 1)^2 + 4x^2 - 1 + 3(1 - 2x)(x + 1).$$

- Écrire $f(x)$ sous forme d'un polynôme réduit et ordonné.
- Factoriser $f(x)$.

2. Soit g la fonction rationnelle définie par

$$g(x) = \frac{f(x)}{x^2 - 6x + 9}.$$

- Déterminer le domaine (ou ensemble) de définition, de g .
- g est-elle une application de \mathbf{R} dans \mathbf{R} ; de \mathbb{D} dans \mathbf{R} ? (justifier les réponses)
- Donner une forme simplifiée de $g(x)$.
- Résoudre dans \mathbb{D} l'équation

$$g(x) = \frac{3}{2}.$$

- Calculer $g(\sqrt{2} + 2)$.

On donnera le résultat sous la forme d'un rapport dont le dénominateur est rationnel.

GÉOMÉTRIE

Dans un plan euclidien muni du repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère les points A, B et C tels que

$$\vec{OA} = -\vec{i} + \vec{j}, \quad \vec{OB} = \vec{i} + 3\vec{j}, \quad \text{et} \quad \vec{OC} = 5\vec{i} - \vec{j}.$$

- Calculer les coordonnées du milieu, I, de (B, C).
 - Par le point I on trace la parallèle à la droite (AB).
Elle coupe la droite (AC) en J.
Calculer les coordonnées de J.
 - Calculer les distances $d(J, A)$ et $d(J, B)$, puis montrer que la droite (JI) est médiane du segment [BC].
 - En déduire que le triangle (A, B, C) est rectangle en B.
 - Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{BA} et \vec{OC} .
 - Calculer les normes des vecteurs \vec{BA} , \vec{BC} et \vec{AC} .
- Soit D le symétrique de A par rapport au milieu, M, de (B, J).
Déterminer la nature des quadrilatères (A, B, D, J) et (C, D, B, J).