

## œ Brevet des collèges Poitiers septembre 1975 œ

### Algèbre

On considère les applications  $f$  et  $g$  définies dans  $\mathbf{R}$  par :

$$\begin{aligned}f(x) &= (3x - 2)(5x + 6) - 3(6x - 4), \\g(x) &= (4x - 3)^2 - (x^2 - 2x + 1).\end{aligned}$$

1. Écrire  $f(x)$  et  $g(x)$  sous la forme de produit de facteurs du premier degré.
2. Résoudre dans  $\mathbf{R}$  l'équation  $f(x) = g(x)$ .
3. Soit  $h$  la fonction rationnelle définie par :

$$h(x) = \frac{5x(3x - 2)}{(3x - 2)(5x - 4)}.$$

- a. Quel est son ensemble de définition  $\mathcal{D}$ ?
- b. Simplifier l'écriture de  $h(x)$  dans  $\mathcal{D}$ .
- c. Calculer  $h\left(\frac{2}{15}\right)$  et  $h(\sqrt{2})$ .

On donnera les résultats sous la forme d'un quotient dont le dénominateur est entier.

4. Dans un plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  placer les points  $A(0; 4)$  et  $B(1; 1)$ . (Unité de longueur : le centimètre).
  - a. Déterminer l'équation de la droite  $(D)$  qui contient les points  $A$  et  $B$ .
  - b. Construire la droite  $(D)$  et la droite  $(D')$  représentant la fonction linéaire  $p$  définie par :  $p(x) = 5x$ .
5. Déterminer l'ensemble des couples  $(x; y)$  de réels tels que l'on ait simultanément :

$$\begin{cases} 5x - y = 0 \\ 5x - y = 4. \end{cases}$$

Interpréter le résultat graphiquement.

### Géométrie

Dans le plan rapporté au repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  on considère les points

$$A(1; 2), \quad B(-3; 0), \quad \text{et} \quad C(3; 2).$$

1. Placer les points  $A, B, C$ .  
Montrer que le triangle  $(A, B, C)$  est rectangle et isocèle.

2. Soit I le milieu du segment [BC]. Calculer ses coordonnées.
3. Soit J la projection orthogonale de I sur la droite (AC).  
Montrer que la droite (IJ) est la médiatrice du segment [AC].  
Calculer les coordonnées du point J.
4. Soit D le point symétrique de B par rapport à J.  
Quelles sont les coordonnées du point D?  
Que peut-on dire du quadruplet (A, B, C, D)?
5. Donner en degrés l'écart angulaire  $u$  de l'angle géométrique  $\widehat{ABC}$ .  
En déduire  $\sin u$ .
6. Soit K le point tel que  $\vec{IK} = 2\vec{IJ}$ .  
Quelle est la nature du quadruplet (A, I, C, K)?