Brevet des collèges Poitiers septembre 1976

ALGÈBRE

Soit deux applications f et g de **R** dans **R** définies par

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 3 \quad \text{et} \quad g(x) = 3x - 4.$$

1. Écrire sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné

$$[f(x)]^2, \quad [g(x)]^2, \quad f(x)\cdot g(x), \quad (g \circ f)(x).$$

2. Résoudre dans **R**

$$f(x) = g(x) \qquad \text{et} \qquad f(x) \geqslant g(x).$$

3. Factoriser

$$\left(\frac{1}{2}x + 3\right)^2 - \left(3x - \frac{3}{4}\right)^2.$$

4. Représenter graphiquement les applications f et g dans un plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
   Indiquer comment on peut vérifier à l'aide du graphique les résultats de la question **2.**
5. Soit $A = [-2\ ;\ 2]$ un intervalle de **R**. On désigne par f' et g' les applications de A dans **R** telles que

$$f'(x) = \frac{1}{2}x + 3 \quad \text{et} \quad g'(x) = 3x - 4.$$

   Représenter graphiquement les applications f' et g'. (On fera une deuxième figure distincte de la précédente.)
   Résoudre, dans $A = [-2\ ;\ +2]$,
   a. l'inéquation $f'(x) \geqslant g'(x)$,
   b. l'équation $f'(x) = 0,3g'(x)$.

GÉOMÉTRIE

Placer, dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, les points

$$\text{A}(0\ ;\ 7), \quad \text{B}(-4\ ;\ 0) \text{ et } \text{C}(2\ ;\ 3).$$

1. Montrer que le triangle (ABC) est rectangle.

2. Calculer les coordonnées du point D, symétrique de A par rapport à C,
3. G est l'image de A dans la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{BD}}$.
   Calculer les coordonnées de G et établir la nature du quadruplet (A, G, D, B).
4. La droite (CB) coupe l'axe des ordonnées en E.
   Déterminer le réel k tel que $\overrightarrow{\text{EC}} = k\overrightarrow{\text{BC}}$.
5. La parallèle à (AC) passant par E coupe (AB) en P.
   Déterminer le réel k' tel que $\overrightarrow{\text{BA}} = k'\overrightarrow{\text{AF}}$.
6. Calculer la tangente de l'écart angulaire de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$.