

∞ Brevet Poitiers septembre 1977 ∞

Algèbre

On considère les applications

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \frac{4}{3}x - 1 \quad \text{et} \quad x \mapsto g(x) = 6\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

1. Calculer $f(-3)$, $f\left(\frac{2}{5}\right)$.
2. a. Calculer $g(0,5)$, $g(-\sqrt{2})$.
b. Sachant que $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$, donner un encadrement de $g(-\sqrt{2})$.
3. Résoudre dans \mathbb{R} les équations :
 - a. $f(x) = 5$.
 - b. $f(x) = g(x)$.
4. Résoudre dans \mathbb{R} le système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) \leq 0. \end{cases}$$

5. Représenter graphiquement, dans le plan rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) les applications f et g .
6. Soit l'application h définie par :

$$h(x) = [f(x)]^2 - [g(x)]^2.$$

- a. Ecrire $h(x)$ sous la forme d'un produit de deux polynômes du premier degré.
- b. Résoudre l'équation $h(x) = 0$.
- c. L'application $h: x \mapsto h(x)$ est-elle bijective?

Géométrie

1. Le plan est muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
 $B(1; 6)$ et $D\left(-\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ sont deux points de ce plan.
 - a. Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{BD} .
 - b. Donner une équation de la droite (BD).
2. Donner une équation de la droite (d) définie par le point $A(3; 2)$ et le vecteur $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$.
3. Le point C est l'intersection des droites (BD) et (d) .
Montrer que les coordonnées de C sont $(-4; -5)$.
4. Montrer que le triangle (A, B, C) est rectangle en A.
5. Le triangle (B, A, D) est-il équilatéral?
Justifier la réponse.

Les questions 4 et 5 sont indépendantes des questions précédentes.