

∞ Brevet Poitiers septembre 1978 ∞

Algèbre

On considère les fonctions polynômes f et g définies dans \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} f(x) &= 4x^2 - 25 - (5x + 3)(2x - 5), \\ g(x) &= 9x^2 - 12x + 4 + (3x - 2)(5 - x). \end{cases}$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de polynômes réduits et ordonnés suivant les puissances décroissantes de x .
2. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de polynômes du premier degré.
3. On considère la fonction rationnelle h définie par :

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- a. Écrire son ensemble de définition.
- b. Simplifier l'écriture de $h(x)$.
- c. Donner l'écriture la plus simple des réels suivants s'ils existent :

$$h(-3), \quad h(\sqrt{2}):$$

pour ce dernier résultat l'écrire sous la forme $a + b\sqrt{2}$ dans laquelle a et b sont des entiers,

Géométrie

Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) placer les points A, B, C et D tels que :

$$\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \vec{OB} = 4\vec{i} - 3\vec{j}, \quad \vec{OC} = 2\vec{i} - 5\vec{j}, \quad \vec{OD} = 4\vec{i} + \vec{j}.$$

1.
 - a. Quelles sont les coordonnées du milieu I de [AC] et les coordonnées du milieu I' de [BD] ?
Que peut-on dire des points I et I' ?
 - b. Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{AC} et \vec{BD} , puis calculer les distances $d(A, C)$ et $d(B, D)$.
 - c. Montrer que les droites (AC) et (BD) sont orthogonales.
 - d. Dédire des résultats précédents la nature du quadruplet (A, B, C, D).
2. Calculer les coordonnées du point E tel que :

$$\vec{OE} = \frac{5}{2}\vec{OA} + \frac{7}{2}\vec{OI}.$$

3. Si G est le milieu de [AB] que peut-on dire du quadruplet (A, E, G, I) ?