∽ Brevet Poitiers juin 1980 ∾

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $\dfrac{x+3}{2}+\dfrac{4x-3}{3}=1+\dfrac{5x-12}{6}$;
2. $(2x+3)^2-(2x+5)=4x(x+4)+4$.

Exercice 2

On considère l'application f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que

$$f(x)=4(x+1)^2-(3-x)^2.$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
2. Écrire $f(x)$ sous forme d'un produit de facteur du premier degré.
3. Calculer les images par f des réels suivants :

   $$0\,;\quad -5\,;\quad \sqrt{2}\,;\quad \frac{1}{3}$$

   f est-elle une bijection ?
4. Dans un plan muni d'un repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, construire les représentations graphiques des applications affines :

   $$g_1: \begin{array}{ccc}\mathbb{R} & \to & \mathbb{R}\\ x & \longmapsto & 3x-1\,;\end{array} \qquad g_2: \begin{array}{ccc}\mathbb{R} & \to & \mathbb{R}\\ x & \longmapsto & x+5\,;\end{array}$$

   Déterminer graphiquement, puis par le calcul, le coordonnées de leur point d'intersection.

Exercice 3

Dans le plan euclidien, on donne le cercle (C) de centre O et de rayon R.
Soit A et B les extrémités d'un diamètre du cercle (C) et soit D un point de (C) tel que $d(\text{A, D})=R$.
On appelle I le milieu du segment [OD].

1. Faire une figure soignée.
2. Montrer que la droite (AI) est la médiatrice du segment [OD].
3. Cette droite (AI) recoupe le cercle (C) en E.
   Montrer que $d(\text{E, D})=d(\text{E, O})$.
4. Montrer que (A, D, E, O) définit un losange.
5. Montrer que $\overrightarrow{\text{DE}}=\overrightarrow{\text{OB}}$.
   En déduire que $d(\text{E, B})=R$.
6. Soit F le symétrique de E par rapport à O et G le symétrique de D dans cette même symétrie S_{O}.
   Montrer que $d(\text{B, G})=d(\text{G, F})=d(\text{F, A})$.