Brevet Poitiers juin 1999

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

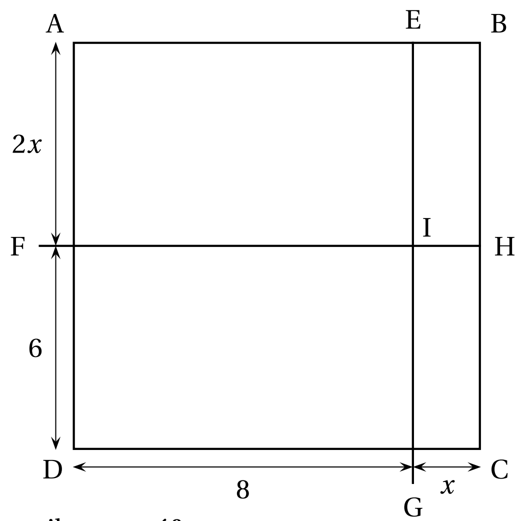
$$A = \frac{12}{15} - \frac{8}{15} : \frac{16}{9} \quad \text{et} \quad B = \left(3\sqrt{2} - 4\right)\left(3\sqrt{2} + 4\right)$$

Calculer les nombres A et B et vérifier qu'ils sont inverses l'un de l'autre.

Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-contre, ABCD est un rectangle.
E est le point du segment [AB] tel que AE = 8 ; F est le point du segment [AD] tel que DF = 6 ; x est un nombre positif.
On pose EB = x et on donne AF = $2x$.
La parallèle au côté [AD] passant par E coupe le côté [CD] en G.
La parallèle au côté [AB] passant par F coupe le côté [BC] en H.
Les droites (EG) et (FH) se coupent en I.



1. Pour quelle valeur de x le rectangle ABCD est-il un carré ?
2. Pour quelle valeur de x les rectangles DFIG et IEBH ont-ils même aire ?

Exercice 3

À l'entrée d'une ville, un panneau lumineux (tableau ci-dessous) donne la capacité des quatre parcs de stationnement payant de la ville et le nombre de places disponibles pour chacun d'eux

	Capacité	Places disponibles
P_1	500	125
P_2	850	136
P_3	340	102
P_4	310	124

1. Vérifier que le parc P_1 a un taux d'occupation de 75 %.
2. Classer ces quatre parcs de stationnement dans l'ordre décroissant de leurs taux d'occupation.

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

Exercice 1

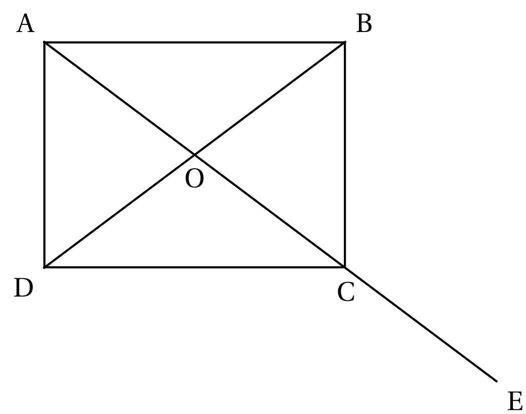
Le plan est rapporté à un repère orthonormal. L'unité graphique est le centimètre.

On considère les points A(2 ; −4) et B(−2 ; 8).
Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure de l'exercice.

1. Démontrer que la droite (AB) a pour équation $y = -3x + 2$.
2. On considère la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{3}x + 2$.
   Construire la droite (D).
   Les droites (D) et (AB) sont-elles perpendiculaires ? Justifier la réponse.
3. Calculer les coordonnées du point R, point d'intersection des droites (D) et (AB) et démontrer que R est le milieu du segment [AB].
4. Que représente la droite (D) pour le segment [AB] ? Justifier la réponse.

Exercice 2

La figure ci-après, que l'on ne demande pas de reproduire, représente un rectangle ABCD de centre O et le point E symétrique de O par rapport à C.



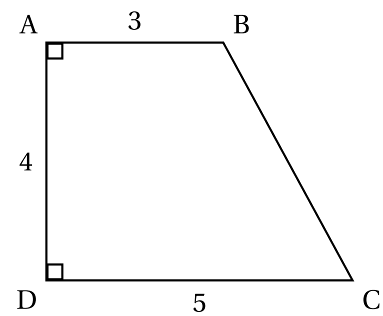
1. On considère la rotation de centre O qui transforme B en C.
   Quelle est l'image de D par cette rotation ? (On ne demande pas de justifier.)
2. Parmi les affirmations suivantes, recopier celles qui sont vraies (on ne demande pas de justification).

$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$	$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OE}$	OA = CE
$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OE}$	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$
D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$		

3. On considère le point F tel que $\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{BE}$.
   Démontrer que C est le milieu du segment [BF].

PROBLÈME

L'unité de longueur est le centimètre.
La figure ci-contre représente un trapèze rectangle ABCD.
On donne :
AB = 3, AD = 4, CD = 5 ;
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Les droites (AC) et (BD) se coupent en O.



Partie A

1. Reproduire la figure en vraie grandeur.
   On pourra commencer la construction au centre d'une feuille de papier millimétré et la compléter au fur et à mesure du problème.
2. Démontrer que le triangle BCD est isocèle.
3. Montrer que l'aire en centimètres carrés du trapèze ABCD est égale à 16.
   On rappelle que l'aire d'un trapèze de bases B et b, de hauteur correspondante h, est égale à $\dfrac{1}{2}(B+b) \times h$.
4. Montrer que $\dfrac{\text{OA}}{\text{OC}} = \dfrac{\text{OB}}{\text{OD}}$.
5. Les droites (AD) et (BC) se coupent en S. Placer le point S.
   Démontrer que les angles $\widehat{\text{CBD}}$ et $\widehat{\text{ABS}}$ ont même mesure.

Partie B

1. **a.** En posant SA = x, démontrer que : $\dfrac{x}{x+4} = \dfrac{3}{5}$.
   b. En déduire la distance SA.
2. Déterminer la valeur arrondie à un degré près de la mesure de l'angle $\widehat{\text{ASB}}$.
3. Construire le point B$'$, symétrique du point B par rapport à la droite (AD).
   Construire le point S$'$, image du point B' par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{BA}}$.
4. Tracer le segment [S$'$D].

On considère maintenant la figure comme une partie d'un patron de la pyramide de base ABCD, de sommet S et de hauteur [SA].
Terminer le patron de cette pyramide en prenant soin de coder sur la figure les segments de même longueur et en admettant que la face SDC est un triangle rectangle en D..

5. Calculer le volume de cette pyramide.