∽ Brevet Poitiers juin 2000 ∾

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1 **3 points**

On considère l'expression : A = (2x + 1)2 - (x - 3)(2x + 1). ...

1. Développer et réduire A 2. Factoriser A 1 ... 3. Calculer A pour x = - 2"

Exercice 2 **3 points**

En utilisant la méthode de votre choix, démontrer que les nombres 1 432 et 587 sont premiers entre eux.

Exercice 3 **3 points**

Résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3x+y & = & -1 \\ 6x-y & = & 7 \end{array}\right.$$

Exercice 4 **3 points**

L'an 2000 est l'année internationale des mathématiques. Pour fêter l'événement, un commerçant a décidé d'afficher certains prix à l'aide d'une suite de calculs mathématiques.
Les prix sont exprimés en francs.

Gomme	Équerre	Compas
$-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times 10$	$29\times 10^{-2}+133,1\times 10^{-1}-0,036\times 10^{2}$	$5\sqrt{2}-\sqrt{50}+\left(5+\sqrt{2}\right)\left(5-\sqrt{2}\right)$

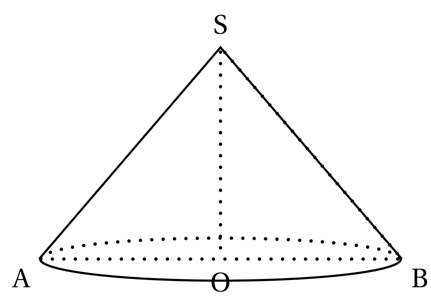
En détaillant les calculs, retrouver l'écriture habituelle du prix, en francs, de chacun de ces trois articles.

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

Exercice 1

Un cône de révolution a pour sommet le point S ; sa hauteur est de 9 cm, sa base est un cercle de centre O et de rayon 6 cm, dont le segment [AB] est un diamètre.

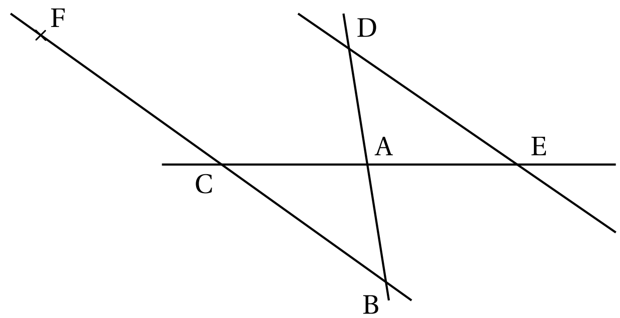
On ne demande pas de reproduire la figure sur la copie



1. Calculer, à 0,1 cm^3 près, le volume de ce cône.
2. Calculer la longueur SA à 0,1 cm près.

Exercice 2

On ne demande pas de reproduire la figure sur la copie



Sur la figure ci-dessus :

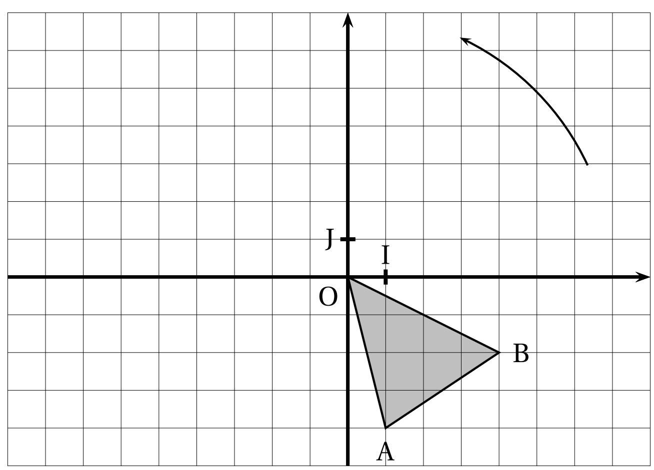
- les points F, C et B sont alignés dans cet ordre ;
- les segments [CE] et [BD] se coupent au point A ;
- les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

On donne les longueurs :
BC = 4, CA = 3, AD = 3,5, FC = 7, AE = 5,25.

1. Démontrer que AB = 2.

2. Démontrer que les droites (AC) et (DF) sont parallèles.

Exercice 3



À partir du repère orthonormal (O, I, J) donné :

1. Donner par lecture graphique les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BA}$.

2. Construire le triangle OGH, image du triangle OAB par la symétrie de centre O.

3. Construire le triangle OMN, image du triangle OAB par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens mentionné sur le schéma.

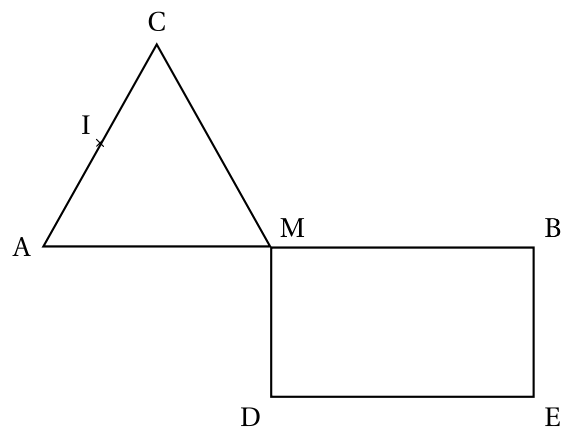
4. **a.** Construire le point C, image du point O par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.

b. Quelle est la nature du quadrilatère OBAC ? Justifier.

PROBLÈME

Les deux parties sont indépendantes.

Chargé de créer un espace vert, un paysagiste propose d'implanter deux massifs de fleurs, l'un ayant la forme d'un triangle équilatéral et l'autre celle d'un rectangle. Son projet est illustré par le schéma ci-après.



M est un point du segment [AB].
De part et d'autre du segment [AB] sont représentés :

- un triangle équilatéral AMC;
- un rectangle MDEB.

L'unité de longueur est le mètre.
On a : AB = 13, BE = 4.
On note : AM = x.
On ne demande pas de reproduire la figure sur la copie.

Première partie

Dans un premier projet, le paysagiste fixe $x = 6$. On a donc :
AM = 6 et MB = 7.
On appelle I le milieu du segment [AC]. Le paysagiste se demande si les points I, M et E sont alignés.

1. Quelle est la mesure en degrés de l'angle $\widehat{\text{AMI}}$? Justifier.
2. Calculer la tangente de l'angle $\widehat{\text{DME}}$.
   En déduire une mesure à 0,1 degré près de l'angle $\widehat{\text{DME}}$.
3. **a.** Déduire des questions précédentes une mesure à 0,1 degré près de $\widehat{\text{IME}}$.
   b. Les points I, M et E sont-ils alignés ? Justifier.

Deuxième partie

Souhaitant entourer par des bordures ces deux massifs, le paysagiste s'intéresse à leurs périmètres en fonction de la longueur AM = x.

1. Calculer, en fonction de x, le périmètre du triangle AMC.

On appelle f la fonction qui à x associe ce périmètre.

2. **a.** Calculer BM en fonction de x.

b. On appelle g la fonction qui à x associe le périmètre du rectangle MDEB.

Montrer que la fonction g est définie par : $x \longmapsto 34 - 2x$.

3. Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J). Sur une feuille de papier millimétré, on placera l'origine en bas à gauche de la feuille et on prendra comme unités graphiques :

- sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 1 unité ;
- sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 2 unités.

On fera figurer sur la copie les explication utiles pour effectuer les représentations graphiques demandées ci-dessous.

a. Représenter graphiquement la fonction f pour $0 \leqslant x \leqslant 13$.

b. Sur le même graphique, représenter la fonction g pour $0 \leqslant x \leqslant 13$.

4. **a.** Calculer la valeur de x pour laquelle les deux massifs ont le même périmètre.

b. Vérifier graphiquement le résultat précédent ; on tracera les pointillés utiles à la lecture.

5. Le paysagiste décide de n'entourer que le massif rectangulaire MDEB.

Il dispose de 25 m de bordure.

a. Résoudre l'inéquation : $34 - 2x \leqslant 25$.

b. En déduire la plus petite valeur de AM pour laquelle le paysagiste peut border complètement le massif rectangulaire.