

œ Brevet Polynésie juin 1982 œ

Algèbre

1. Soit f l'application. de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$f(x) = (3x - 5)^2 - (x + 2)^2.$$

- a. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
 - b. Factoriser $f(x)$.
 - c. Résoudre, dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.
 - d. f est-elle bijective? Pourquoi?
 - e. Calculer $f(0)$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ et $f(2\sqrt{3})$, puis donner un encadrement de $f(2\sqrt{3})$ à une unité près, sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$.
2. a. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , tracer les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives

$$2x + y - 1 = 0 \quad \text{et} \quad x - y - 5 = 0.$$

b. Résoudre graphiquement le système

$$\begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ x - y - 5 = 0. \end{cases} \quad (x; y) \in \mathbb{R}^2.$$

c. Résoudre graphiquement le système

$$\begin{cases} 2x + y - 1 > 0 \\ x - y - 5 < 0. \end{cases} \quad (x; y) \in \mathbb{R}^2.$$

Géométrie

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère les quatre points A, B, C et D définis par

$$\vec{OA} = 3\vec{i} + 4\vec{j}, \quad \vec{OB} = -2\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \vec{OC} = -4\vec{i} - 3\vec{j}, \quad \vec{OD} = \vec{i} - \vec{j}$$

1. a. Calculer les composantes des vecteurs \vec{BA} et \vec{CD} .
- b. Calculer $\|\vec{AB}\|$ et $\|\vec{AD}\|$.
- c. Dédire des résultats précédents la nature du quadruplet (A, B, C, D).
Que peut-on dire des droites (AC) et (BD)? Pourquoi?

2. Soit I le milieu de [AC].

Montrer que l'on a l'égalité

$$\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}.$$

3. Déterminer une équation de la droite (AC).

4. Soit K le point dont les coordonnées sont $\left(-\frac{8}{7}; -\frac{1}{7}\right)$.

a. Sans construire K, montrer que les points C, K et A sont alignés.

b. Montrer que le triangle (K, B, A) est rectangle en B.

5. Montrer que le cercle de centre K et de rayon [KB] est tangent en D à la droite (AD).

6. On désigne par α l'écart angulaire, en degré, de l'angle \widehat{KAB} .

Calculer $\tan \alpha$, puis donner une valeur approchée de α à un degré près par défaut.

On donne

$$\tan 22^\circ \approx 0,40402,$$

$$\tan 23^\circ \approx 0,42447,$$

$$\tan 24^\circ \approx 0,44522,$$

$$\tan 25^\circ \approx 0,46630.$$