

œ Brevet Polynésie juin 1983 œ

Algèbre

Partie A

On donne les applications f et g suivantes :

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x-5)^2 - (2x-6)^2 \\ g(x) &= (5x-1)^2(3-4x)(2-5x). \end{aligned}$$

1. Développer et réduire $f(x)$ et $g(x)$.
2. Calculer $g(3)$, $f(-0,2)$, $f\left(-\frac{2}{3}\right)$, $g(3\sqrt{2})$, $g(\sqrt{3}-1)$ et $f\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$.
3. Factoriser $f(x)$ puis résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $f(x) = 0$.
4. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $f(x) = g(x)$.

Partie B

On donne le système suivant

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ x - 2y = -5. \end{cases}$$

1. Le résoudre algébriquement dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
2. Le résoudre graphiquement, dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, en utilisant un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
Unité sur les deux axes : le centimètre.
Donner le détail de votre représentation graphique ainsi que de votre solution.

Géométrie

Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , placer les points A, B, C tels que,

$$A(-1; 1), \quad \vec{OB} = 3\vec{i} + 3\vec{j} \quad \text{et} \quad C(2; 0).$$

1. Calculer les distances $d(A, B)$, $d(A, C)$ et $d(B, C)$.
En déduire la nature du triangle ABC.
2. Calculer les coordonnées de M, milieu de [AB].
3. Calculer les coordonnées de D afin que ABCD soit un parallélogramme.
4. Calculer les coordonnées de \vec{AB} et \vec{CM} et montrer que ces deux vecteurs ont des directions orthogonales.
5. Calculer les coordonnées de E, symétrique du point C par rapport à M.
Démontrer que AEBC est un carré.
6. Démontrer que les points D, O et B sont alignés.
7. Calculer $\sin \widehat{BAC}$.

Remarque - Compléter la figure au fur et à mesure des questions.