Brevet des collèges Polynésie juin 1975

Algèbre

Soit les fonctions polynômes définies dans **R** par

$$\begin{aligned} A(x) &= (5x-4)^2-(1-3x)^2\\ B(x) &= 4x^2+9-12x+3(2x-3)(2-x)-2(2x-3)\end{aligned}$$

1. Réduire et ordonner les expressions $A(x)$ et $B(x)$.
2. Mettre $A(x)$ et $B(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
   On commencera par factoriser $\left(4x^2+9-12x\right)$.
3. Soit la fonction f définie dans **R** telle que :

   $$f(x)=\frac{A(x)}{B(x)}.$$

   Déterminer l'ensemble d'existence de cette fonction.
4. Simplifier la fraction rationnelle $f(x)$.
5. Résoudre les équations $f(x)=0$ et $f(x)=1$.
6. On donne $1,73<\sqrt{3}<1,74$; en déduire un encadrement de $f\left(\sqrt{3}\right)$.
   Obtient-on les valeurs approchées à 10^{-2} près de $f\left(\sqrt{3}\right)$?

Géométrie

$\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ est un repère orthonormé du plan Π.
Les points A, B et C sont définis par :

$$\overrightarrow{\text{OA}}=4\vec{\imath}+2\vec{\jmath},\quad \overrightarrow{\text{OB}}=8\vec{\imath}+5\vec{\jmath},\quad \overrightarrow{\text{OC}}=\vec{\imath}+6\vec{\jmath}.$$

1. Représenter graphiquement les points A, B et C dans le repère donné.
   Déterminer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$, $\overrightarrow{\text{AC}}$ et $\overrightarrow{\text{BC}}$.
2. Calculer les distances $d(\text{A, B})$, d (A, C) , et $d(\text{B, C})$.
3. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{AC}}$ sont orthogonaux.
   En déduire, avec les résultats de la deuxième question, la nature du triangle ABC.
4. I est le milieu de [BC].
   Déterminer l'équation de la droite d qui passe par A et I.
5. Calculer les coordonnées du point D qui est l'intersection de la droite d et de la droite d' d'équation $y=\dfrac{9}{5}x$.
   Faites figurer sur le graphique l'intersection de d et d'.
6. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ?.