

œ Brevet Polynésie juin 1978 œ

Algèbre

On considère les applications f, g, h de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définies par :

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x+1)^2 - (3x-5)^2 \\g(x) &= 4x^2 - 25 - (3x+1)(5-2x) - 20x + 50 \\h(x) &= 4x^2 - 20x + 25.\end{aligned}$$

1.
 - a. Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$.
 - b. Montrer que $h(x)$ est le carré d'un binôme du premier degré.
 - c. Montrer que $f(x)$ et $g(x)$ peuvent s'écrire sous la forme :

$$f(x) = (5x-4)(6-x) \quad \text{et} \quad g(x) = (2x-5)(5x-4).$$

2.
 - a. Résoudre dans \mathbb{R} , les équations suivantes :

$$f(x) = 0; \quad g(x) = 0; \quad h(x) = 1; \quad f(x) = g(x).$$

- b. Les applications f, g, h sont-elles des bijections? Pourquoi?

3. Soit t la fonction rationnelle définie par $t(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

- a. Déterminer son domaine de définition \mathcal{D}_t puis simplifier $t(x)$ dans \mathcal{D}_t .
 - b. Calculer $t(\sqrt{5})$ et donner de ce résultat la valeur approchée par défaut à 10^{-2} près sachant que $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$.
 - c. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $t(x) > 0$.

Géométrie

Dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points A, B et C définis par :

$$\vec{OA} = -\vec{i} + \vec{j}; \quad \vec{OB} = 3\vec{i} + 3\vec{j}; \quad \text{et} \quad \vec{OC} = 2\vec{i}.$$

1.
 - a. Faire la figure (unité : 1 cm) et indiquer quelles sont les coordonnées des points A, B et C.
 - b. Calculer les coordonnées du point M, milieu de [AB].
2. Déterminer les coordonnées du point D tel que le quadruplet (A, B, C, D) soit un parallélogramme.
3. Montrer que la droite (CM) est la médiatrice du segment [AB].
4.
 - a. Calculer les coordonnées du point E, symétrique de C par rapport à M.
 - b. Montrer que le quadruplet (A, E, B, C) est un carré.
5. Montrer que les points D, O, B sont alignés.