

❧ Brevet Polynésie juin 1981 ❧

Algèbre

On considère les fonctions f et g de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définies par

$$\begin{aligned} f(x) &= (3-2x)(2-x) + 4x(3-2x) + 4x^2 - 9, \\ g(x) &= (x-1)^2. \end{aligned}$$

1. Factoriser $f(x)$.
2. Résoudre dans \mathbb{R} les équations
 - a. $f(x) = 0$,
 - b. $f(x) = -5g(x)$.
3. Quelle est l'image par f de $\left(-\frac{5}{3}\right)$, de $(-\sqrt{3})$?

Donner pour chacun des réels obtenus un encadrement à 10^{-2} près (on précise que $1,732 \leq \sqrt{3} < 1,733$).

4. Quel est l'ensemble des réels x tels que $f(x) \geq 0$?
5. Soit la fonction h définie par $h(x) = \sqrt{g(x)}$.
Représenter graphiquement cette fonction dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .
6. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $h(x) = 7$.
Expliquer comment retrouver graphiquement l'ensemble des solutions.

Géométrie

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) placer les points

$$A(3; 1); \quad B(-3; 7) \quad \text{et} \quad C(5; 9).$$

1. Calculer les coordonnées de D tel que (A, C, B, D) soit un parallélogramme.
2. Montrer que les droites (AB) et (OC) sont orthogonales.
Préciser la nature du quadrilatère (A, C, B, D) .
3. Calculer les distances AB , BC et AC .
4. Soit M le point de la droite (AB) tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.
Calculer les coordonnées du point M .
5. On trace par M la parallèle à la droite (AC) qui coupe la droite (BC) en N .
Calculer les coordonnées du point N .