Brevet Polynésie septembre 2000

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$$A = \frac{16}{45} \times \frac{35}{8} \qquad B = -\frac{4}{3} + \frac{11}{12} \div \frac{22}{18} \qquad C = \frac{2,1 \times 10^{-5}}{70 \times 10^{-7}}.$$

Exercice 2

1. On donne l'expression $A = \left(5 - \sqrt{2}\right)\left(5 + \sqrt{2}\right)$.
   Montrer, par le calcul, que $A = 23$.
2. On donne le produit suivant $B = \sqrt{21} \times \sqrt{42}$.
   Écrire B sous la forme $a\sqrt{2}$, où a est un entier.
3. Écrire sous la forme d'une fraction simplifiée : $C = \dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{45}}$.

Exercice 3

On considère l'expression $E = (x+2)^2 - (x+2)(5x-1)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation $(x+2)(-4x+3) = 0$.

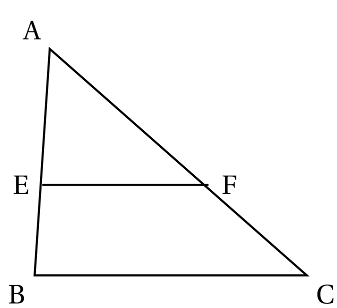
Exercice 4

Résoudre le système d'équations à deux inconnues x et y suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4x+2y & = & 14 \\ 3x-5y & = & 30 \end{array}\right.$$

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

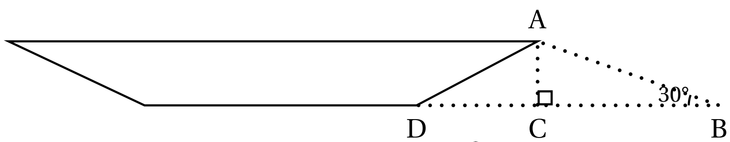
Exercice 1



Dans tout cet exercice, les mesures sont exprimées en cm.
La figure n'est pas à l'échelle.
On donne : AB = 5 ; AE = 3 ; AF = 4,5 ; AC = 7,5.
Démontrer que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

Exercice 2

Un bateau est amarré par sa proue* A à une bouée B, située au niveau de la mer.
Les mesures des longueurs sont exprimées en mètres.
Le dessin ci-dessous n'est pas à l'échelle.
(*) *La proue désigne l'avant du bateau.*



1. **a.** Le triangle ABC est rectangle en C, l'angle $\widehat{ABC}$ mesure 30°.
   On a AB = 6 ; montrer que AC = 3.

   b. Construire le triangle ABC, à l'échelle 1/100.

   c. Calculer la longueur BC ; on donnera le résultat arrondi au décimètre.

2. On veut calculer DB.

   a. Sachant que AD = 4, calculer DC, dont on donnera une valeur arrondie au décimètre.

   b. En déduire DB, arrondi au mètre.

Exercice 3

Dans cet exercice, les longueurs sont exprimées en centimètres.

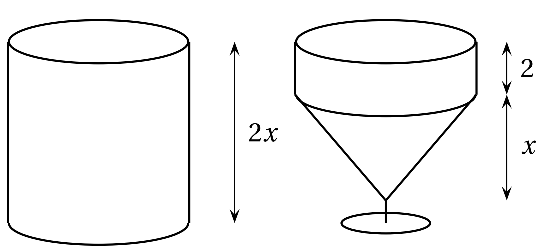
1. Construire un triangle ABC tel que :

$$AB = 4 \quad AC = 5 \quad BC = 6.$$

2. Construire le point D, image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
3. Démontrer que les segments [AC] et [BD] ont le même milieu, que l'on nommera I.
4. Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AI}$.
5. Recopier et compléter les égalités suivantes :
   $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{B...}$ et $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{...I}$.

PROBLÈME

Dans tout le problème, les longueurs sont exprimées en cm et les volumes en cm^3.



On rappelle que le volume du cylindre de révolution d'aire de base S et de hauteur h est donné par la formule $V = S \times h$.
On rappelle que le volume d'un cône de révolution d'aire de base S et de hauteur h est donné par la formule $V = \dfrac{1}{3} S \times h$.

Partie I

On considère les deux verres représentés ci-dessus.

— le premier verre est un cylindre de révolution dont l'aire de base est 30 et dont la hauteur mesure $2x$, où x est un nombre positif, $x \leqslant 4$.

— Le deuxième verre est constitué d'un cône dont l'aire de base est 30 et dont la hauteur mesure x, surmonté d'un cylindre dont l'aire de base est 30 et dont la hauteur vaut 2.

Soient V_1 le volume du premier verre et V_2 le volume du deuxième verre.

1. Exprimer ces volumes en fonction de x.

2. a. V_1 est-il proportionnel à x ? Justifier.

b. V_2 est-il proportionnel à x ? Justifier.

Partie II

Cette partie peut être traitée même sans avoir résolu la partie I.

1. a. Tracer un repère orthogonal (O, I, J) en prenant :

— 2 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses ;

— 1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées.

On placera l'origine O du repère en bas à gauche de la feuille.

b. Dans ce repère, construire les représentations graphiques des fonctions f_1 et f_2 définies par :

$$f_1(x) = 60x \quad \text{et} \quad f_2(x) = 10x + 60.$$

2. Résoudre l'équation suivante :

$$60x = 10x + 60.$$

3. Retrouver sur le graphique la solution de cette équation, en faisant apparaître en couleur les tracés effectués.

Partie III

En utilisant les résultats obtenus dans la partie I et la partie II, déterminer pour quelles valeurs de x le deuxième verre a une contenance inférieure à celle du premier.