

∞ Brevet d'Études du Premier Cycle ∞

**Pondichéry avril 1958**

**ALGÈBRE**

On donne les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= (x-2)(x+3) + 2(x-2)^2, \\ B &= 9x^2 - 6x + 1. \end{aligned}$$

1. Décomposer  $A$  et  $B$  en produits de facteurs du premier degré et résoudre les équations suivantes :

$$A = 0, \quad B = 0, \quad A = B.$$

2. Former la fraction  $C = \frac{B}{A}$  et la simplifier.

Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme  $C_1 = \frac{y'}{y}$ ,  $y$  et  $y'$  étant des polynômes du premier degré en  $x$ .

Y a-t-il des valeurs de  $x$  pour lesquelles  $C$  n'a pas de sens; ou pour lesquelles  $C$  admet une infinité de valeurs?

3. Tracer sur un même graphique les droites représentatives des fonctions  $y$  et  $y'$ .  
Calculer les coordonnées de leur point d'intersection.  
Calculer  $C$  pour la valeur de  $x$  égale à l'abscisse de ce point.  
Expliquer le résultat.

**GÉOMÉTRIE**

Soient sur une droite  $xy$ , les points  $A, B, C$  dans cet ordre. On donne  $AB = 2R$  et  $BC = R$ . Soient  $(\mathcal{C})$  le cercle de diamètre  $[AB]$ , de centre  $O$ , et  $(\mathcal{C}')$  un cercle variable de centre  $O'$  passant par  $B$  et  $C$ .

1.  $M$  étant le deuxième point commun aux cercles  $(\mathcal{C})$  et  $(\mathcal{C}')$  on trace  $[AM]$ ; cette droite recoupe en  $P$  le cercle  $(\mathcal{C}')$ .  
Démontrer que les triangles  $ABM$  et  $APC$  sont semblables.  
Sur quelle ligne se déplace  $P$  lorsque  $(\mathcal{C}')$  varie?
2.  $(PB)$  recoupe le cercle  $(\mathcal{C})$  en  $N$ .  
Montrer que le produit  $BP \cdot BN$  est égal au produit  $BA \cdot BC$  et donner sa valeur en fonction de  $R$ .
3. Comment construire  $(\mathcal{C}')$  pour que l'on ait  $AM = MP$ ?  
Calculer, dans le cas où cette condition est remplie, le rayon du cercle  $(\mathcal{C}')$  et les longueurs des côtés du quadrilatère  $MBCP$ .  
Que dire alors du quadrilatère  $OMO'B$  et des quatre triangles  $AMB, ABN, BPM, PBC$ ?

**N. B.** - Faire des figures claires en nombre suffisant.