Brevet des collèges Pondichéry juin 1972

Mathématiques traditionnelles

ALGÈBRE

1. Soit les polynômes suivants :

$$\begin{aligned} A(x) &= (2x-3)(x-4)-(2x-3)^2+4x^2-9 \text{ et} \\ B(x) &= (3x-1)^2-(x+4)^2. \end{aligned}$$

   Effectuer les opérations et donner $A(x)$ et $B(x)$ sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné.
2. Mettre $A(x)$ et $B(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.
3. Soit la fraction $F(x) = \dfrac{A(x)}{B(x)}$.
   a. Donner son ensemble de définition.
   b. Simplifier la fraction $F(x)$.
   c. Calculer x pour que cette fraction $F(x)$ soit égale à + 1.
4. Représenter. sur un même système d'axes, les fonctions définies par

$$y_1 = x+2 \qquad \text{et} \qquad y_2 = 4x+5.$$

   Utiliser ce graphique pour retrouver la solution de la question c, de la question 3.

GÉOMÉTRIE

Soit A, B et P trois points alignés dans cet ordre, tels que AB = 5 cm et BI' = 4 cm.
On trace un demi-cercle de diamètre [AB] et de centre O, puis la tangente menée par P à ce demi-cercle; on désigne par I le point de contact de la tangente avec le demi-cercle.

1. Démontrer l'égalité

$$\mathrm{PI}^2 = \overline{\mathrm{PA}} \cdot \overline{\mathrm{PB}}.$$

   En déduire la longueur du segment [PI].
2. On mène la tangente en A au demi-cercle, qui coupe le prolongement de [PI] en D.
   Comparer les triangles (PIO) et (PAD).
   Calculer les longueurs des segments [PD] et [AD].
3. Montrer que les quatre points A, O, I et D sont sur un même cercle, dont on déterminera le centre.
4. Par le point I on mène la perpendiculaire au diamètre (AB) en H.
   Calculer la longueur de (IH).