

🌀 Brevet La Réunion juin 1981 🌀

Algèbre

Soit f la fonction définie par

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto f(x) \end{aligned}$$

avec

$$f(x) = (2x + 1)^2 - (x - 3)^2.$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. Calculer $f\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$ et $f(\sqrt{2})$.
4. Rendre entier le dénominateur de $\frac{1}{f(\sqrt{2})}$.
5. Résoudre :
 - a. $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = 0$;
 - b. $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = -8$.

Géométrie

Soit P un plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

$$\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1 \text{ cm},$$

A, B, C les points définis par

$$\vec{OA} = \vec{i} + 2\vec{j}, \quad \vec{OB} = -2\vec{i} + 5\vec{j}, \quad \vec{OL} = 5\vec{i} + 6\vec{j}.$$

1.
 - a. Quelles sont les coordonnées des points A, B et C?
 - b. Faire une figure et placer les points.
2.
 - a. Quelles sont les composantes dans la base (\vec{i}, \vec{j}) des vecteurs \vec{AB} , \vec{AC} et \vec{BC} ?
 - b. Calculer les longueurs des côtés du triangle (A, B, C).
 - c. Montrer que (A, B, C) est un triangle rectangle.
3.
 - a. Déterminer une équation de la droite (AB).
 - b. En déduire le coefficient directeur de la droite (AC).
4. Soit S la symétrie centrale de centre A

$$B' = S(B), \quad C' = S(C).$$

Calculer les coordonnées de B' et C' .

5. Montrer que (B, C, B' , C') est un losange.
6. Soit I, J, K, L les milieux respectifs des segments [BC], [CB'], [$B'C'$], [$C'B$].
Montrer que (I, J, K, L) est un rectangle dont l'aire est la moitié de celle du losange (B, C, B' , C').