↫ Brevet Pondichéry juin 1988 ↬

Première partie

Exercice 1

Soit $x = \dfrac{3}{5}$ et $y = -\dfrac{15}{4}$.
En donnant les détails des calculs et les résultats sous forme de fractions irréductibles, calculer :

$$A = xy, \qquad B = 2x - y, \qquad C = \left(\frac{x}{y}\right)^2.$$

Exercice 2

Soit l'application f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$f(x) = (3x-2)^2 - (x-3)^2.$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. En utilisant la forme de $f(x)$ la mieux adaptée, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x) = -5$.

Exercice 3

Écrire $E = \dfrac{8\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}$ sous la forme simplifée $a + b\sqrt{5}$ où a et b sont deux entiers relatifs.
En utilisant l'expression simplifiée de E et l'encadrement $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$, trouver un encadrement de E et en déduire la valeur approchée au centième près par défaut.

Deuxième partie

Exercice 1

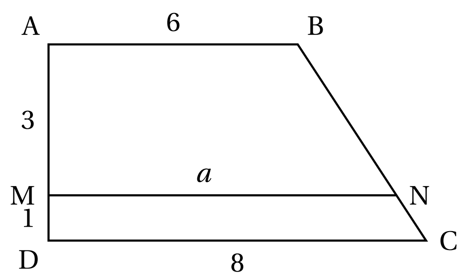
Soit O un point du plan. L'unité étant le centimètre, on considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre O de rayon 5.
Soit A un point de ce cercle. Soit [AB] une corde de ce cercle de longueur 6.
Soit H le projeté orthogonal de O sur (AB).

1. Faire une figure propre et précise.
2. Quelle est la nature du triangle ABO ?
   Calculer AH.
   Justifier les réponses.
3. Évaluer, dans le triangle rectangle OHA, $\cos\widehat{\text{HAO}}$; puis trouver au degré près par défaut la valeur de l'angle $\widehat{\text{HAO}}$.
   (On pourra utiliser la calculatrice ou l'extrait de table ci-dessous.)

Degrés	Cosinus
52	0,615 7
53	0,601 8
54	0,587 8
55	0,573 6

Exercice 2

ABCD est un trapèze rectangle en A et D.
M est un point de [AD], N est un point de [BC] et (MN) est parallèle à (DC).
On sait, l'unité choisie étant le centimètre, que :
AB = 6, DC = 8, MD = 1, MA= 3 et on désigne par a la longueur MN (voir figure).



On rappelle :

$$\text{Aire du trapèze} = \frac{\text{somme des bases} \times \text{hauteur}}{2}.$$

1. En utilisant la formule de l'aire du trapèze, calculer :
   — l'aire T du trapèze ABCD,
   — l'aire T_1 du trapèze ABNM (en fonction de la longueur a),
   — l'aire T_2 du trapèze MNCD (en fonction de la longueur a).
2. En remarquant que : $T = T_1 + T_2$, en déduire la valeur de a.
   Donner la longueur MN en millimètres.

Troisième partie

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité le centimètre).
On considère trois points de ce plan :

$$\text{A}(0\,;3)\,;\quad \text{B}(2\,;1)\,;\quad \text{C}(-3\,;-4)$$

1. Faire une figure. Placer les points A, B et C. Montrer que le triangle ABC est rectangle.
2. Soit D(7 ; −4). Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{AD}}$ et $\overrightarrow{\text{AB}}$.
   Trouver le réel k tel que $\overrightarrow{\text{AD}} = k\overrightarrow{\text{AB}}$.
   En déduire que les points A, B et D sont alignés (vérifier sur le graphique).
3. La droite (CD) coupe l'axe des ordonnées en E.
   Que représentent les droites (AE) et (BC) pour le triangle ACD ?
   Soit H leur point d'intersection.
   Que représente H pour le triangle ACD ?
4. Déterminer une équation de la droite (BC).
   En déduire les coordonnées du point H.