Brevet des collèges Pondichéry avril 2005

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. On pose $A = \dfrac{2}{3} + \dfrac{5}{3} \times \dfrac{1}{15}$ et $B = \left(1 - \dfrac{1}{7}\right) + \dfrac{12}{5}$.
   Calculer A et B en détaillant les étapes des calculs. Donner les résultats sous forme de fractions irréductibles.
2. On pose $C = \dfrac{5 \times 10^4 \times 42 \times 10^2}{6 \times 10^{-4}}$.
   Donner l'écriture scientifique de C en détaillant les étapes des calculs.

Exercice 2

1. On pose $D = 5\sqrt{3} - \sqrt{75} + 2\sqrt{27}$.
   Écrire D sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers.
2. On pose $E = \left(\sqrt{7} + \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7} - \sqrt{2}\right)$.
   Montrer que E est un entier.

Exercice 3

On pose $F = 49 - (3x + 2)^2$.

1. Factoriser F.
2. Développer $(3x + 2)^2$, puis F.
3. Calculer F pour $x = \dfrac{5}{3}$.

Exercice 4

1. Calculer le PGCD de 388 et 129 en expliquant la méthode choisie.
2. Peut-on simplifier la fraction $\dfrac{388}{129}$? Justifier la réponse.

Exercice 5

1. Résoudre le système suivant :
$$\left\{\begin{array}{rcl} x + y & = & 104 \\ x - y & = & 8 \end{array}\right.$$
2. Matéo et Simon, qui ont 8 ans d'écart, additionnent leurs âges et trouvent 104 ans.
   Sachant que Matéo est le plus jeune, calculer l'âge de chacune de ces deux personnes

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Les questions sont indépendantes les unes des autres.
MNP est un triangle rectangle en P tel que :

MP = 5 cm et MN = 7 cm.

1. Calculer la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{\text{MNP}}$.
2. Calculer la valeur exacte de NP ; donner son arrondi au mm.
3. Soit I le point du segment [MP] tel que PI = 2 cm. La parallèle à (MN) passant par I coupe [PN] en J.
   Calculer IJ.

Exercice 2

1. Construire un segment [EF] de 8 cm puis le cercle de diamètre [EF]. G est un point de ce cercle tel que EG = 6 cm.
   Quelle est la nature du triangle EFG ? Justifier la réponse.
2. Construire le point K symétrique de E par rapport au point G.
3. Construire 1e point L symétrique de F par rapport au point G.
4. Quelle est la nature du quadrilatère EKFL ? Justifier la réponse.

Exercice 3

Soit (O ; I, J) un repère orthonormé tel que OI = OJ = 1 cm.

1. Placer les points suivants :

   A(3 ; 3) ; B(4 ; 2) C(2 ; 2) et D(1 ; 1).

2. Monter que C est le milieu du segment [AD]. Tracer les segments [AD], [AB] et [BC]. On obtient un dessin appelé T.
3. Construire en bleu l'image de T par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{DA}}$.
4. Construire en vert l'image de T par la rotation de centre O, d'angle 90 °, le sens étant celui des aiguilles d'une montre.

PROBLÈME **12 points**

Pour aller en train voir sa fille, Paul prévoit de faire plusieurs allers-retours entre Valy et Suret.
Deux solutions lui sont proposées.

- Formule A : voyager à plein tarif ; un billet aller-retour s'élève à 170 euros.
- Formule B : acheter une carte « Escapade » coûtant 100 euros et bénéficier alors d'une réduction de 25 % pour chaque billet aller-retour.

1. Montrer qu'avec la formule B un aller-retour est facturé 127,50 euros.
2. Reproduire et compléter le tableau suivant sur votre copie.

Nombre d'allers-retours	1	2	3
Prix de revient avec la formule A (en euros)			
Prix de revient avec la formule B (en euros)			

3. Soit x le nombre de voyages aller-retours.
   Exprimer, en fonction de x, le prix de revient de x voyages :
   - par la formule A
   - par la formule B.

4. **a.** Construire un repère orthogonal en prenant l'origine en bas à gauche de la feuille de papier millimétré et comme unités graphiques :
   - en abscisses, 2 cm pour une unité ;
   - en ordonnées, 2 cm pour 100 euros.

   b. Dans le repère précédent, construire la représentation graphique de deux fonctions A et B définies par :

$$A(x) = 170x \quad \text{et} \quad B(x) = 127,50x + 100.$$

5. Déterminer, à l'aide du graphique, à partir de quel nombre de voyages allers-retours Paul a intérêt à acheter la carte « Escapade ».

   Faire apparaître les tracés utiles.

6. **a.** Résoudre l'inéquation $127,50x + 100 < 1\,000$.

   b. Paul a un budget de 1 000 euros.

   Combien peut-il faire au maximum d'allers-retours avec sa carte « Escapade ».