Brevet des collèges République Centreafricaine juin 1973

Algèbre

Soit les fonctions réelles f, g et h définies pour tout réel x par :

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & x-2, \\ g(x) & = & 3x+1, \\ h(x) & = & (2x-4)(x+3) \end{array} .$$

1. Calculer $f\left(5\cdot 10^{-1}\right)$, $g(-1,5)$, $(g\circ f)\left(5\cdot 10^{-1}\right)$ et $h(-3)$.

2. Montrer que $q\left(\sqrt{3}\right)=\sqrt{27}+4$, puis donner un encadrement d'amplitude 10^{-3} du réel $g\left(\sqrt{3}\right)$.

On peut à cet effet utiliser l'extrait de la table des carrés reproduit ci-dessous :

x	...	5 195	5 196	5 197	5 198	...
x^2	...	26 988 025	26 988 416	27 008 809	27 019 201	...

3. Énumérer tous les éléments de l'ensemble

$$\text{I}=\{x|x\in\mathbb{Z}\quad\text{et}\quad g(x)\geqslant f(x)\quad\text{et}\quad x<2\}.$$

4. Soit P la fonction réelle définie, pour tout réel x, par

$$P(x)=[f(x)]^2+h(x).$$

a. Écrire $P(x)$ sous la forme d'un polynôme ordonné suivant les puissances décroissantes de x.

b. Écrire $P(x)$ sous la forme d'un produit de polynômes du premier degré.

c. Résoudre, dans **R**, l'équation $P(x)=g(x)$.

N. B. - $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des entiers.
R est l'ensemble des réels.

Géométrie

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ dont l'unité de longueur est le centimètre, soit les points A$(-2\ ;\ 1)$ et B$(4\ ;\ 3)$et les points C et D tels que $\overrightarrow{\text{OC}}=-2\vec{\imath}$ et $\overrightarrow{\text{OD}}=6\vec{\imath}$.

1. Quelles sont les coordonnées des points C et D ?
Construire la figure.

2. Écrire chacun des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{CD}}$ sous la forme $a\vec{\imath}+b\vec{\jmath}$ (a et b réels).

3. Montrer que (A, B, D, C) est un parallélogramme, puis calculer les coordonnées du point I tel que

$$\{\text{I}\}=(\text{AD})\cap(\text{BC}).$$

4. Soit $\mathrm{M}(x\,;\;y)$ un point quelconque du plan.

Montrer que $\overrightarrow{\mathrm{MA}} + \overrightarrow{\mathrm{MD}} = 2\overrightarrow{\mathrm{MI}}$.

À quel ensemble le point M appartient-il lorsque $\left\| \overrightarrow{\mathrm{MA}} + \overrightarrow{\mathrm{MD}} \right\| = 4$?

On rappelle que si (K, L) est un représentant du vecteur $\overrightarrow{V}$, on a norme de $\overrightarrow{V} = \left\| \overrightarrow{V} \right\| = \mathrm{KL}$.