

∞ Brevet Reims juin 1979 ∞

Algèbre

On considère les applications f et g de \mathbb{R} dans \mathbb{R} telles que,

$$\begin{aligned}f(x) &= (7x + 15)(11x + 9) \\g(x) &= 121x^2 - 81\end{aligned}$$

1.
 - a. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
 - b. Calculer $f(0)$, $f\left(-\frac{9}{11}\right)$, $f(-3)$, $f\left(\frac{3}{77}\right)$.
 f est-elle une bijection de \mathbb{R} dans \mathbb{R} ?
2.
 - a. Écrire $g(x)$ sous forme d'un produit de deux polynômes du premier degré en x .
 - b. Calculer $g(0)$, $g\left(-\frac{9}{11}\right)$, $g(\sqrt{2})$, $g(-\sqrt{2})$.
 g est-elle une bijection de \mathbb{R} dans \mathbb{R} ?
3. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation : $g(x) = 0$.
4. Soit h la fonction rationnelle, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définie par

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition de h .
 - b. Simplifier $h(x)$.
5. Résoudre, dans \mathbb{R} .
 - a. l'équation $\frac{7x + 15}{11x - 9}$
 - b. l'inéquation $\frac{7x + 15}{11x - 9} \leq 1$.
6. Un employé a le choix entre deux situations :
 - a. une première entreprise lui offre un salaire horaire de 7 F, plus une prime de risques de 15 F par jour;
 - b. une deuxième entreprise lui offre un salaire horaire de 11 F sur lequel on lui retient 9 F de repas par jour.
 - a. Exprimer en fonction du nombre x (nombre d'heures de travail par jour) les salaires journaliers de ces deux propositions.
 - b. Pour quel temps de travail par jour sont-ils égaux?
Au-dessus de ce temps, quelle est la proposition la plus intéressante?
 - c. Dans le plan (P) rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , construire les droites d'équation :

$$7x - y + 15 = 0 \quad \text{et} \quad 11x - y - 9 = 0.$$

Peut-on prévoir les coordonnées de leur point d'intersection ?

Géométrie

Dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points A, B et C définis par

$$\overrightarrow{OA} = 8\vec{i} - 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} + 6\vec{j} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{OC} = 2\vec{j}.$$

1.
 - a. Placer les points A, B et C en indiquant leurs coordonnées.
 - b. Démontrer que le triangle (A, B, C) est un triangle rectangle.
2.
 - a. Calculer les coordonnées du point B' symétrique du point B par rapport à C.
 - b. Montrer que le triangle (A, B, B') est un triangle isocèle de sommet A.
3.
 - a. Écrire une équation de la droite (D) passant par A et C.
 - b. En déduire l'ordonnée du point E d'abscisse -2 qui appartient à la droite (D).
4. Montrer que la droite passant par les points A et B est tangente au cercle de centre E et de rayon EB.
5.
 - a. Déterminer le cosinus de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{CBA} .
 - b. Calculer cet écart angulaire à un degré près par défaut, à l'aide des tables trigonométriques.

N. B. - La question 5. ne dépend que de la question 1.