

∞ Brevet Reims juin 1976 ∞

Algèbre

1. On considère l'application suivante :

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}, \\ x &\longmapsto f(x) = (7-2x)(3x+1) - (49-4x^2) + (7-2x)^2 \end{aligned}$$

- a. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
 - b. Factoriser $f(x)$.
 - c. Calculer $f(1)$, $f(0)$ et $f(\sqrt{3})$.
2. On considère la fonction rationnelle g , de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par

$$g(x) = \frac{2x^2 - 9x + 7}{(2x-5)(7-2x)}.$$

Quel est l'ensemble de définition, \mathcal{D} de g ?

Le réel x appartenant à cet ensemble \mathcal{D} , simplifier l'écriture de $g(x)$.

3. a. Dans un plan muni d'un repère cartésien (O, \vec{i}, \vec{j}) tracer les représentations graphiques des fonctions affines suivantes :

$$\begin{aligned} h_1: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}, & h_2: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}, \\ &\longmapsto h_1(x) = -x + 1 & &\longmapsto h_2(x) = 2x - 5 \end{aligned}$$

- b. Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $g(x) = 1$.
Vérifier graphiquement le résultat obtenu.

Géométrie

(Le candidat devra illustrer le problème suivant par un dessin sur papier millimétrique.)

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on donne les points

$$A(-1; -3), \quad B(4; -4), \quad M(-1; 1) \quad \text{et} \quad N(5; -3).$$

1. Calculer les coordonnées du milieu I, des points M et N.
2. Démontrer que les quatre points M, A, B et N appartiennent à un même cercle, dont on précisera le centre et le rayon.
3. Démontrer que les vecteurs \vec{IA} et \vec{IB} sont orthogonaux.
4. On désigne par C et D les images respectives des points A et B par la symétrie centrale de centre I.
Démontrer que le quadruplet (A, B, C, D) est un carré,