

## ~ Brevet Reims juin 1977 ~

### Algèbre

1. On considère les fonctions polynômes  $f$  et  $g$  de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définies par :

$$\begin{aligned}f(x) &= (4x-1)^2 - (2x-7)^2 \\g(x) &= (3x-4)^2 - 2(3x-4)(5x+7)\end{aligned}$$

- a. Mettre  $f(x)$  et  $g(x)$  sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.  
b. Calculer  $g\left(\frac{4}{3}\right)$  et  $g\left(-\frac{18}{7}\right)$ .
2. Soit  $h$  la fonction rationnelle de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par

$$h(x) = \frac{4(3x-4)(x+3)}{(3x-4)(-7x-18)}.$$

- a. Donner l'ensemble de définition  $\mathcal{D}$  de  $h$ .  
b. Donner une écriture simplifiée de  $h(x)$  pour tout  $x$  élément de  $\mathcal{D}$ .  
c. Calculer  $h(\sqrt{3})$ ; donner le résultat sous la forme d'un quotient ayant un dénominateur entier.  
d. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations :  $h(x) = 0$ ;  $h(x) = 1$ .
3. Soit un plan  $(P)$  euclidien muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- a. Construire les représentations graphiques  $(D_1)$  et  $(D_2)$  des fonctions affines  $a$  et  $b$  de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définies par :

$$\begin{aligned}a(x) &= 4x + 12 & (D_1) \\b(x) &= -7x - 18 & (D_2)\end{aligned}$$

- b. On pose  $(D_1) \cap (D_2) = \{M\}$ .  
Calculer les coordonnées du point  $M$ .  
c. Soit  $R$  le point de  $(D_2)$  d'ordonnée 3.  
Calculer son abscisse.

### Géométrie

On considère un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  du plan euclidien  $(P)$  et les points

$$A(-2; 0); \quad B(2; 2); \quad C(1; -1)$$

- Placer les points  $A, B, C$ .
- Montrer que le triangle  $(ABC)$  est rectangle et isocèle.
- Soit  $D$  le point tel que  $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ .  
Calculer les coordonnées de  $D$ .
- Montrer que les droites  $(BD)$  et  $(BC)$  sont orthogonales.
- Soit  $E$  l'image du point  $D$  dans la symétrie orthogonale par rapport à la droite  $(BC)$ .  
Calculer les coordonnées de  $E$ .
- Montrer que les quatre points  $A, C, B, E$  appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.