

œ Brevet des collèges Reims septembre 1970 œ

ALGÈBRE

1. On donne l'expression

$$F = \frac{3x^2 - 4}{4 - x^2} + \frac{4}{2 - x} - \frac{2}{x + 2}.$$

- a. Préciser son ensemble de définition, puis la mettre sous sa forme la plus simple possible.
- b. Calculer sa valeur numérique pour

$$x = -\frac{1}{2}, \quad \text{pour } x = -2 \quad \text{et} \quad \text{pour } x = \sqrt{3}$$

2. Tracer, dans un repère orthonormé (l'unité imposée sur les axes mesurant 1 cm), les droites (D_1) et (D_2) représentant les fonctions

$$y_1 = 3x \quad \text{et} \quad y_2 = 2 - x.$$

Lire les coordonnées de leur point d'intersection, A, et vérifier ce résultat par le calcul.

3. Tracer dans le même repère la droite (D_3) représentant la fonction $y_3 = -\frac{x}{3}$.
- a. Calculer les coordonnées du point B, intersection de (D_2) et de (D_3) .
- b. Calculer les mesures des côtés [OA] et [OB] du triangle OAB.
- c. Démontrer que ce triangle est rectangle en O.

GÉOMÉTRIE

Un carré ABCD est tel que $AB = a$.

On trace le demi-cercle de diamètre [CD], de centre O, intérieur au carré.

On mène de A la tangente [AM] à ce demi-cercle : cette dernière droite coupe (BC) en N.

1. Démontrer que le triangle AON est rectangle.
Calculer MN en fonction de a ; en déduire les longueurs des segments [NC] et [NB].
Préciser alors la position de N sur le côté [BC].
2. Le rayon [OM] coupe le côté [BC] en E.
Démontrer que $ME = BE$.
On pose $BE = x$; exprimer, en fonction de x et de a , les mesures des trois côtés du triangle OEC.
3. En utilisant les relations métriques dans le triangle rectangle OEC, calculer x en fonction de a .
Préciser alors la position de E sur le côté [BC].
4. Exprimer en fonction de a la longueur du segment [OE] et l'aire du triangle AOE.