Brevet des collèges Reims septembre 1975

Algèbre

Partie A.

On considère les fonctions affines g et h de **R** dans **R**, définie

$$\begin{array}{lcl} x & \longmapsto & g(x) = 8x - 5 \\ x & \longmapsto & h(x) = 4x + 1. \end{array}$$

Dans un plan euclidien rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$:

1. Représenter graphiquement les deux fonctions g et h.
   Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point d'intersection A des représentations graphiques des fonctions g et h.
2. Déterminer la fonction affine dont la représentation graphique est la droite (OA).

Partie B.

Soit la fonction polynôme

$$\begin{array}{lcl} P: \mathbf{R} & \longrightarrow & \mathbf{R} \\ x & \longmapsto & P(x) = (2x+3)^2 - \left(4x^2 - 9\right) - (2x+3)(5-x) \end{array}$$

1. Écrire $P(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
2. Résoudre dans **R**, l'équation $P(x) = 0$.
3. Calculer $P\left(\dfrac{1}{2}\right)$ et $P\left(\sqrt{2}\right)$.
   Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$, donner une valeur approchée par défaut à 10^{-2} près de $P\left(\sqrt{2}\right)$.

Géométrie

1. Dans un plan euclidien rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, placer les points M, N, P, tels que :

$$\overrightarrow{\text{OM}} = -2\vec{\imath} - \vec{\jmath}, \quad \overrightarrow{\text{ON}} = 2\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}, \quad \overrightarrow{\text{OP}} = \vec{\imath} + 5\vec{\jmath}$$

2. **a.** Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{MN}}$, $\overrightarrow{\text{NP}}$, $\overrightarrow{\text{PM}}$.
   b. Calculer $d(\text{M, N})$; $d(\text{N, P})$; $d(\text{P, M})$.
   c. Montrer que le triangle (M, N, P) est rectangle.

3. Calculer la valeur de la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{MNP}}$.
   Donner un encadrement d'amplitude 1° de cet écart angulaire.
4. **a.** Calculer les coordonnées de I milieu du bipoint (P, N).
   b. Calculer les coordonnées du point S symétrique du point M par rapport à I.
5. Montrer que les triangles (M, N, P) et (S, P, N) sont isométriques.

TABLE

Degrés	Tangentes
55	1,4281
56	1,4826
57	1,5399
58	1,6003
59	1,6643

N. B. : d(M, N), noté aussi MN, désigne la distance des deux points M et N.