Brevet Reims septembre 1976

ALGÈBRE

1. La fonction polynôme f est définie par

$$\begin{array}{llll} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = \left(\dfrac{3}{4}x-1\right)^2 - \left(\dfrac{7}{4}x+5\right)^2 \end{array}$$

a. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.

b. Factoriser $f(x)$.

c. Calculer le réel $f\left(\sqrt{3}-2\right)$.

d. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = 0$.

2. On considère les fonctions affines g et h

$$\begin{array}{llll} g: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & g(x) = x+6, \end{array} \qquad \begin{array}{llll} h: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & h(x) = -\dfrac{5}{2}x-4. \end{array}$$

a. Tracer les représentations graphiques (d_1) de g et (d_2) de h dans un plan muni d'un repère cartésien $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

b. Quelles sont les coordonnées du point M commun aux deux droites (d_1) et (d_2) ?

c. Représenter graphiquement J'ensemble des solutions, dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ du système d'inéquation

$$\left\{\begin{array}{lll} x-y+6 & > & 0, \\ \dfrac{5}{2}x+y+4 & < & 0. \end{array}\right.$$

GÉOMÉTRIE

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on donne les points

$$\text{A}(10\,;2), \qquad \text{B}(8\,;5) \quad \text{et} \quad \text{C}(2\,;1).$$

1. Démontrer que le triangle (A, B, C) est rectangle.

2. Le point D est le symétrique de B par rapport à A.
Le point E est défini par l'égalité vectorielle

$$\overrightarrow{\text{BE}} = 2\overrightarrow{\text{OC}}.$$

a. Calculer les coordonnées de D et celles de E.

b. Démontrer que les droites (AC) et (DE) sont parallèles.

3. On désigne par H l'image du point B par la projection orthogonale sur la droite (DE).

a. Quel est le centre du cercle qui passe par les trois points B, D et H ?

b. Démontrer que ce cercle, que l'on désignera par $\mathscr{C}$), est tangent à la droite (BC).

c. Démontrer que la droite (AC) est la médiatrice du segment [BH]. (Cette question ne nécessite aucun calcul.)
En déduire que les triangles (A, B, C) et (A, H, C) sont isométriques et que la droite (CH) est tangente au cercle $\mathscr{C}$).