

## 🎀 Brevet Reims septembre 1977 🎀

### Algèbre

Soit  $f$  l'application de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto f(x) = (3x - 5)^2 - (2x - 1)^2$$

- Mettre  $f(x)$  sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.  
Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $f(x) = 0$ .
  - Développer, réduire et ordonner  $f(x)$ .
- Calculer  $f(3)$  et  $f\left(\frac{11}{5}\right)$ .  
Montrer que  $f$  n'est pas une bijection.
  - Calculer  $f(\sqrt{2})$ .  
Sachant que  $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ , donner un encadrement de  $f(\sqrt{2})$  de la forme  $]a \cdot 10^{-1}; (a+1) \cdot 10^{-1}[$ ,  $a \in \mathbb{Z}$ .
- Soit  $q$  la fonction rationnelle de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par

$$q(x) = \frac{f(x)}{5x^2 - 6x}$$

- Quel est l'ensemble de définition  $E$  de la fonction  $q$ ?
- Donner une écriture simplifiée de  $q(x)$  pour tout  $x$  élément de  $E$ .
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $q(x) = -\frac{7}{3}$ .

### Géométrie

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  on considère les points  $A(3; -1)$  et  $B(-1; 1)$ .

- Placer les points  $C$  et  $D$  tels que  $\overrightarrow{OC} = -2\overrightarrow{OA}$  et  $\overrightarrow{OD} = -2\overrightarrow{OB}$  puis calculer leurs coordonnées.
- Calculer les coordonnées des milieux respectifs  $I$  et  $J$  des bipoints  $(A, B)$  et  $(C, D)$ .  
En déduire que les points  $O, I$  et  $J$  sont alignés.
- Vérifier par le calcul qu'il existe un réel  $k$  tel que  $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$ .  
Que peut-on en déduire pour les droites  $(CD)$  et  $(AB)$ ?
- Montrer que le triangle  $ABD$  est rectangle.  
Quel est le centre du cercle circonscrit à ce triangle?  
Calculer son rayon.
- Soit  $E$  l'autre extrémité du diamètre issu de  $D$  de ce cercle.  
Quelle est la nature du quadruplet  $(A, E, B, D)$ ?