

🎀 Brevet Reims septembre 1977 🎀

Algèbre

Soit f l'application de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto f(x) = (3x - 5)^2 - (2x - 1)^2$$

1. **a.** Mettre $f(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.
- b.** Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
2. **a.** Calculer $f(3)$ et $f\left(\frac{11}{5}\right)$.
Montrer que f n'est pas une bijection.
- b.** Calculer $f(\sqrt{2})$.
Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$, donner un encadrement de $f(\sqrt{2})$ de la forme $]a \cdot 10^{-1}; (a+1) \cdot 10^{-1}[$, $a \in \mathbb{Z}$.
3. Soit q la fonction rationnelle de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$q(x) = \frac{f(x)}{5x^2 - 6x}.$$

- a.** Quel est l'ensemble de définition E de la fonction q ?
- b.** Donner une écriture simplifiée de $q(x)$ pour tout x élément de E .
- c.** Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $q(x) = -\frac{7}{3}$.

Géométrie

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère les points $A(3; -1)$ et $B(-1; 1)$.

1. Placer les points C et D tels que $\overrightarrow{OC} = -2\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OD} = -2\overrightarrow{OB}$ puis calculer leurs coordonnées.
2. Calculer les coordonnées des milieux respectifs I et J des bipoints (A, B) et (C, D).
En déduire que les points O, I et J sont alignés.
3. Vérifier par le calcul qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$.
Que peut-on en déduire pour les droites (CD) et (AB)?
4. Montrer que le triangle ABD est rectangle.
Quel est le centre du cercle circonscrit à ce triangle?
Calculer son rayon.
5. Soit E l'autre extrémité du diamètre issu de D de ce cercle.
Quelle est la nature du quadruplet (A, E, B, D)?