Brevet Reims septembre 1978

Algèbre

Partie A

On considère les fonctions suivantes :

$$f : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & 2x-5 \end{array} \quad \text{et} \quad g : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & 2x+5 \end{array}$$

1. Calculer $(f \circ g)(x)$, $\quad f(x) \times g(x)$, $\quad g\left(-\dfrac{5}{2}\right)$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$, puis dans $\mathbb{Z}$ l'équation suivante :

$$f(x) \cdot g(x) = 0.$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $f(x) \leqslant 0$.

Partie B

Soit la fonction h de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie de la façon suivante :

$$h : x \longmapsto h(x) = \frac{-4x^2 + 25 - 3(2x+5)}{x.g(x)}.$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de h.
2. Simplifier $h(x)$.
3. Calculer $h\left(-\sqrt{2}\right)$. On rendra rationnel le dénominateur de $h\left(-\sqrt{2}\right)$.
   Donner un encadrement d'amplitude 10^{-1} de $h\left(-\sqrt{2}\right)$
   (On rappelle que $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$).
4. Déterminer les réels s'ils existent. ayant pour image par h : $\dfrac{14}{5}$.

Géométrie

Le candidat illustrera par un dessin le problème suivant :

Dans le plan (P) rapporté au repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on donne les points A, B, C par leurs coordonnées

$$\text{A}(-4~;~3), \quad \text{B}(1~;~5), \quad \text{C}(3~;~0)$$

1. Calculer les coordonnées du point D pour que le quadruplet (A, B, C, D) soit un parallélogramme.
2. Calculer les normes suivantes : $\left\|\overrightarrow{\text{AB}}\right\|$, $\left\|\overrightarrow{\text{AD}}\right\|$, $\left\|\overrightarrow{\text{AC}}\right\|$.
   En déduire que le triangle (A, B, C) est rectangle isocèle.

3. Quelle est la nature du quadruplet (A, B, C, D) ?
4. Calculer les coordonnées du milieu E de [BD].
   Quelle est l'image du point A dans la symétrie centrale de centre E ?
5. Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit au quadruplet (A, B, C, D).
6. Soit a l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{ABD}}$.
   Calculer a, $\sin a$, $\cos a$, $\tan a$.