∽ Brevet Reims septembre 1979 ∾

ALGÈBRE

On considère les applications f et g, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, définies par

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-2)(2x+5)+x^2-4, \\ g(x) &= (x-2)(x+5)^2-9(x-2). \end{aligned}$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de polynômes réduits et ordonnés.
2. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
3. Calculer $f(0)$, $f\left(-\dfrac{7}{3}\right)$ et $f\left(\sqrt{2}-1\right)$.

   Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$, déterminer la valeur approchée à 10^{-2} près par défaut de $f\left(\sqrt{2}-1\right)$.
4. **a.** On pose $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$.

   Préciser l'ensemble de définition $\mathcal{D}_h$ de la fonction h et simplifier l'expression de $h(x)$ dans $\mathcal{D}_h$.

   b. On pose

   $$h'(x) = \frac{3x+7}{(x+2)(x+8)}.$$

   Les fonctions h et h' sont-elles égales ?

   c. Résoudre l'équation $h'(x) = 0$.
5. Faire la représentation graphique dans un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ de la fonction affine k définie par $k(x) = 3x+7$.

GÉOMÉTRIE

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (0, r.),placer les points A, B et C définis par leurs coordonnées

$$\text{A}(2\ ,\ 0),\ \text{B}(O\ ,\ -1) \text{ et } \text{C}(-1\ ,\ 1).$$

1. Calculer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$, $\overrightarrow{\text{AC}}$ et $\overrightarrow{\text{BC}}$ puis leurs normes.

   En déduire la nature du triangle (A, B, C).
2. On pose $\vec{v} = -\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$ et on désigne par t la translation de vecteur $\vec{v}$.

   Déterminer les coordonnées du point D tel que $t(\text{A}) = \text{D}$.

   Quelle est l'image de la droite (AB) par la translation t ?

   Démontrer que le quadruplet (A, B, C, D) est un carré puis déterminer les coordonnées du centre I et le rayon r du cercle contenant les points A, B, C et D.
3. On note s la symétrie orthogonale par rapport à la droite (BD).

   Déterminer $s(\text{A})$, $s(\text{B})$, $s(\text{C})$ et $s(\text{D})$.

   En déduire les images par s des droites (AB) et (AD).