

∞ Brevet d'Études du Premier Cycle ∞

Rennes juin 1953

ALGÈBRE

1. Simplifier les fractions

$$A = \frac{5x}{x+5x^2}, \quad B = \frac{3-15x}{(1-5x)^2}, \quad C = \frac{6x}{x-25x^2}.$$

2. Calculer $A - B + C$ et donner le résultat sous forme de fraction rationnelle, que l'on simplifiera.
3. Calculer la valeur numérique du résultat pour $x = \sqrt{2}$, puis pour $x = -\frac{1}{5}$.
4. Représenter graphiquement les variations de la fonction

$$y = \frac{1+5x}{8}.$$

GÉOMÉTRIE

Soient BAC un triangle isocèle ($AB = AC$), $[AH]$ la hauteur relative à $[BC]$; on construit un angle $\widehat{xHy}$, égal aux angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ du triangle isocèle, de façon que les côtés Hx et Hy coupent les segments $[AB]$ et $[AC]$ respectivement en M et N.

1. Démontrer que les triangles MBH et HCN sont semblables.
Établir les relations

$$BM \cdot CN = \frac{\overline{BC}^2}{4}, \quad \text{et} \quad HM \cdot BH = BM \cdot HN.$$

2. Démontrer que le triangle MHN est semblable aux triangles MBH et HCN.
3. Montrer que $[MH]$ est bissectrice de l'angle $\widehat{BMN}$; en déduire que la hauteur $[HD]$ du triangle MHN garde une longueur constante lorsque l'angle $\widehat{xHy}$ tourne autour de H, ses côtés coupant les segments $[AB]$ et $[AC]$.
4. Montrer que (MN) reste tangente à un cercle fixe lorsque M varie.
Quel est le rayon de ce cercle lorsque $BC = 6$ cm et $AB = AC = 5$ cm?