∽ Brevet Rennes juin 1957 ∾

ALGÈBRE

1. Développer l'expression $(2x+3y)^2$ et mettre l'expression $4x^2-9y^2$ sous la forme d'un produit de deux facteurs.
2. Mettre les expressions et

$$4x^2+12xy+9y^2-16 \text{ et}$$
$$4x^2-9y^2-4(2x-3y)$$

sous la forme de produits de deux facteurs.

3. Simplifier la fraction algébrique

$$F = \frac{4x^2+12xy+9y^2-16}{4x^2-9y^2-4(2x-3y)}.$$

Calculer la valeur numérique de la fraction algébrique obtenue pour :

a. $x=-2$ et $y=-\dfrac{1}{3}$;

b. $x=3$ et $y=2$;

c. $x=\sqrt{3}$ et $y=-2$.

4. Montrer que, lorsque la fraction algébrique F est nulle, $y=-\dfrac{2}{3}x-\dfrac{4}{3}$.
Construire la droite D représentant les variations de y en fonction de x et donner l'équation de la droite D' parallèle à la droite D et passant par l'origine des coordonnées.

GÉOMÉTRIE

Soient un triangle ABC et la bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{\text{A}}$.
Soit I le point où cette bissectrice rencontre le côté [BC].

1. Calculer les longueurs des côtés [AB] et [AC] du triangle, sachant que

$$\frac{\text{AB}}{\text{AC}} = \frac{\text{BI}}{\text{IC}} = \frac{1}{2} \quad \text{et que} \quad \text{AB} + \text{AC} = 12 \text{ cm}.$$

2. On suppose en outre, dans tout ce qui suit, que

$$\widehat{\text{ICA}} = \widehat{\text{IAC}}.$$

On trace le cercle circonscrit au triangle ABC ; soit D le point où (AI) recoupe ce cercle.
Montrer que le quadrilatère ACDB est un trapèze.
On mène par B la parallèle à (CD), qui rencontre (AC) en O.
Montrer que O est milieu de [AC].
En déduire que le triangle ABC est rectangle en B.

3. Calculer BC.
4. Calculer IB et IC.
5. Calculer le produit AI × ID.