

∞ Brevet d'Études du Premier Cycle ∞

Rennes juin 1960

ENSEIGNEMENT LONG

ALGÈBRE

Soit ABC un triangle rectangle en A dans lequel $AB = 15$ millimètres et $AC = 20$ millimètres.

Par un point M pris sur [AB] on mène la parallèle à (BC) qui coupe (AC) en N.

On obtient un triangle AMN et un trapèze MNCB. On pose $AM = x$.

1. Évaluer le périmètre y_1 du triangle AMN et le périmètre y_2 du trapèze MNCB.
2. Étudier les variations de ces périmètres lorsque M décrit le côté AB.
Représentation graphique.
3. Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle ces deux périmètres sont égaux.
Retrouver ce résultat par le calcul ainsi que la valeur de ce périmètre.

GÉOMÉTRIE

On donne un cercle de centre O et de rayon R et deux diamètres perpendiculaires [AB] et [CD].

On prend un point M variable sur le quadrant \widehat{AC} et l'on mène la corde [MP] perpendiculaire à (CD) et la corde [MQ] perpendiculaire à (AB).

1. Démontrer que Q, O et P sont alignés.
2. Démontrer que, M se déplaçant sur l'arc \widehat{AC} , la somme $MP^2 + MQ^2$ reste constante.
3. Prouver que les bissectrices intérieures des angles \widehat{P} et \widehat{Q} du triangle MPQ passent chacune par un point fixe et forment un angle constant.
En déduire la courbe sur laquelle se déplace le centre du cercle inscrit dans le triangle MPQ lorsque M décrit l'arc \widehat{AC} .