

∞ Brevet des collèges Rennes juin 1970 ∞

ALGÈBRE

On considère les expressions algébriques

$$\begin{aligned} A &= 2x + 2y, & B &= 2x - 2y, \\ C &= 3x + y, & D &= 3x - y. \end{aligned}$$

1. Développer A^2 , B^2 , CD et ordonner chacune des expressions obtenues suivant les puissances décroissantes de x .

En déduire la forme réduite de l'expression

$$E = A^2 + B^2 - CD$$

et mettre cette expression E sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.

2. Calculer les valeurs numériques de A^2 , B^2 , et CD lorsque $x = -3$ et $y = \sqrt{2}$. Calculer, dans ce cas, de deux façons différentes la valeur numérique de E .
3. Pour quelles valeurs numériques de x et de y a-t-on simultanément

$$A = -2 \quad \text{et} \quad B = 18?$$

Calculer les valeurs numériques que prennent alors les expressions C et D .

4. Que savez-vous des fonctions définies par

$$y = x - 9 \quad \text{et} \quad y = -x - 1?$$

Construire, dans le même repère, les droites (Δ) et (Δ') représentant graphiquement ces fonctions.

Lire sur le graphique les coordonnées de leur point commun, I.

Construire, toujours dans le même repère, les droites (Δ_1) et (Δ_2) représentant graphiquement les fonctions définies par

$$y = 7 - 3x \quad \text{et} \quad y = 3x - 17.$$

Quel est le point commun aux droites (Δ_1) et (Δ_2) ?

Expliquer ce résultat en interprétant graphiquement les résultats de la question 3.

GÉOMÉTRIE

On considère trois points, A, B et C, alignés dans l'ordre A, B, C, tels que $AB = 4$ cm et $AC = 9$ cm.

Sur le cercle de diamètre $[BC]$, de centre O, on marque un point P tel que $AP = 6$ cm.

1. Comparer les triangles APB et APC.

Montrer que (AP) est tangente au cercle, en P.

2. On mène la corde $[PR]$ perpendiculaire à (BC) en H . Que représente la droite (PB) pour l'angle \widehat{APR} ?
Que représente le point B pour le triangle APR ?
Calculer, en centimètres, les longueurs des segments $[PH]$, $[AH]$ et $[CH]$.
3. Le cercle de centre A et de rayon AP recoupe (CP) en E et (BP) en F .
Démontrer que les points A , E et F sont alignés.
4. Calculer le sinus de l'angle \widehat{PAO} et la tangente de l'angle \widehat{PCH} .