Brevet des collèges Rennes juin 1974

ALGÈBRE

On considère deux applications polynômes f et g de **R** dans **R** définies par

$$\begin{array}{llr} f: & x \longmapsto & f(x) = (2x-1)(3x-1) \text{ et}\\ g: & x \longmapsto & g(x) = x^2-4x+4. \end{array}$$

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Calculer $f(3)$, $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ et $g\left(\sqrt{2}-1\right)$.
   Sachant que $\sqrt{2}$ est compris entre les décimaux 1,414 et 1,415, donner un encadrement de $g\left(\sqrt{2}-1\right)$ à 10^{-2} près.
3. Factoriser les polynômes $f(x)$ et $g(x)$.
   Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation $f(x)+2g(x)=0$.
   Résoudre dans **R** l'équation $f(x)+2g(x)=0$.
4. Soit la fonction rationnelle A de **R** dans **R** définie par

$$A : x \longmapsto A(x) = \dfrac{(2x-1)(x-2)}{(x-2)^2}.$$

   Quel est l'ensemble de définition de cette fonction A ?
   Simplifier $A(x)$.
   Déterminer l'ensemble, $\mathcal{E}$, des réels tels que $A(x) \geqslant 0$.

N. B. - Toutes les questions sont indépendantes,

GÉOMÉTRIE

Dans un plan π muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ orthonormé, on donne trois points A, B et C dont les coordonnées dans ce repère sont

$$\text{A}(-3\,;1),\quad \text{B}(2\,;5)\quad \text{et}\quad \text{C}(6\,;0).$$

1. Soit M le milieu de (A, C).
   Calculer ses coordonnées, puis calculer les coordonnées du point D symétrique de B par rapport à M.
   On trouvera D(1 ; −4).
2. Calculer les distances d(A, B), d(B, C) et d(A, C).
   En déduire la nature du triangle (A, B, C), puis celle du quadruplet (A, B, C, D).
3. Donner une équation de la droite (AC), puis une de la droite (BD).
4. Calculer les coordonnées de leur point d'intersection.
   Préciser la position de ce point sur le segment [AC].
   Pouvait-on la prévoir ?
5. Montrer que les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires.