

∞ Brevet des collèges Rennes juin 1975 ∞

Algèbre

On considère les applications f et g de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définies par

$$\begin{aligned} f(x) &= 9x^2 - 1 \\ g(x) &= 9x^2 - 6x + 1 - (x-1)(2-6x) \end{aligned}$$

1. **a.** Calculer les images par f de $\left(-\frac{1}{3}\right)$, $(3 \cdot 10^{-1})$ et $(\sqrt{3}-1)$.
b. Calculer les antécédents par f , s'ils existent, des nombres suivants : $(+3)$, 1 , $\left(-\frac{4}{3}\right)$.
2. Écrire $g(x)$ sous forme d'un produit de polynômes du 1^{er} degré et résoudre l'équation $g(x) = 0$.
3. **a.** Soit la fonction rationnelle h , définie par

$$h(x) = \frac{9x^2 - 1}{(3x-1)(5x-3)}.$$

Déterminer son domaine de définition, simplifier $h(x)$ et résoudre l'équation $h(x) = 1$.

- b.** Le plan étant muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) retrouver graphiquement solution de l'équation $h(x) = 1$.

Géométrie

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Le vecteur unitaire du plan P est choisi de la façon suivante : la mesure en centimètres du segment $[OI]$ est égale à 1,5,

On donne l'application f dans le plan P telle que le point M qui a pour couple de coordonnées $(a ; b)$ a pour image le point M' qui a pour couple de coordonnées $(a' ; b')$ telles que

$$\begin{cases} a' &= -b + 3; \\ b' &= a - 4, \end{cases}$$

1. Quelle est l'image B' par f du point B de coordonnées $(2 ; 1)$?
 Quel est par f l'antécédent A de O ?
 Quel est l'antécédent C du point C' de coordonnées $(-2 ; 2)$.
2. Montrer que tout point M' du plan P , de coordonnées $(a' ; b')$ a un antécédent M par f .
 Quelles sont les coordonnées de M ?
 Montrer que f est une isométrie.

3.
 - a. Montrer que les points A, B et C sont alignés. Pourquoi peut-on en déduire que O, B', C' le sont aussi?
 - b. Montrer que les droites (AB) et (OB') sont perpendiculaires.
 - c. Donner une équation pour chacune de ces droites et déterminer ainsi le couple de coordonnées de leur point d'intersection K.