

œ Brevet Rennes juin 1978 œ

Algèbre

1. On donne l'expression

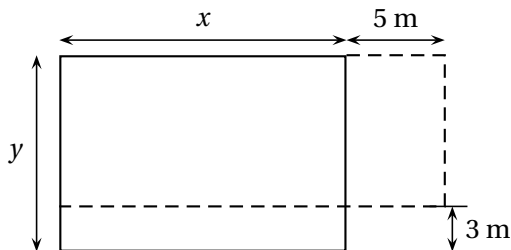
$$f(x) = (2x - 1)(x + 1) - (3 - 6x)(x + 2).$$

- Écrire $f(x)$ sous forme d'un produit de deux polynômes réduits du premier degré.
- Écrire $f(x)$ sous forme d'un polynôme réduit et ordonné.
- En utilisant la forme de $f(x)$ qui apparaît la plu commode, calculer

$$f(-1); \quad f\left(\frac{1}{2}\right); \quad f\left(-\frac{7}{4}\right); \quad f\left(-\frac{2}{3}\right); \quad f(\sqrt{3}).$$

2. Le propriétaire d'un terrain reçoit une note de la commune dont il dépend, l'avertissant que des modifications vont être apportées à son terrain, à cause de la construction d'une route.

Le terrain, préalablement rectangulaire, aura l'une de ses dimensions augmentée de 5 mètres et l'autre diminuée de 3 mètres selon le schéma ci-dessous.



À la réception de cette lettre, le propriétaire se réjouit en constatant que l'aire de son terrain se trouvera augmentée à cette opération.

- Quelle relation les dimensions initiales x et y doivent-elles vérifier pour qu'il en soit ainsi?
- Donner au moins deux couples (x, y) de dimensions satisfaisant cette propriété.
- Si le terrain avait été carré, le propriétaire prétend qu'il n'aurait pas pu y gagner. A-t-il raison? Pourquoi?

Géométrie

Dans le plan (P) , ABCD est un parallélogramme non aplati.

I est le milieu de (A, B).

E est le symétrique de C par rapport à I.

F est le symétrique de D par rapport à I.

t est la translation de vecteur \overrightarrow{DI} .

G est l'image de A par la translation t .

H est J'antécédent de B par cette translation.

Partie A

1. Faire la figure correspondant à ces donnée.
2. Que peut-on dire des points E, A et D? Justifier la réponse.

Partie B

On pose $\overrightarrow{DC} = \vec{i}$ et $\overrightarrow{DA} = \vec{j}$.

(D, \vec{i}, \vec{j}) est maintenant un repère du plan (P) .

1. Dans ce repère, donner (sans justifier) les coordonnées des points B, I et F.
2. Exprimer le vecteur \overrightarrow{IC} dans la base (\vec{i}, \vec{j}) .
Donner les coordonnées, ou composantes, de \overrightarrow{IC} dans cette base.
3. f est l'application du plan (P) dans lui-même qui, tout point $M(x; y)$, associe le point $M'(2 - x; -1 - y)$.
Dessiner l'image de chacun des points A, B, C et D par cette application.
Quelle est la nature de l'application f .
4. Si N est un point quelconque du plan (P) de coordonnées $(u; v)$ et si N' est l'image de N par l'application f , exprimer les coordonnées de N' en fonction de u et v .
5. On suppose maintenant que (D, \vec{i}, \vec{j}) est un repère orthonormé du plan (P) .
Quelle est alors la nature du parallélogramme ABCD?
Calculer dans ce cas la distance CE.