

∞ Brevet des collèges Rennes septembre 1970 ∞

ALGÈBRE

On considère les expressions algébriques :

$$\begin{aligned}A(x) &= x^2 - 16x + 64, \\B(x) &= (x^2 - 16x + 64) - 25, \\C(x) &= (x - 3)(2x + 1)^2 - 4x(x - 3)^2 + x - 3.\end{aligned}$$

1.
 - a. Mettre chacune de ces expressions sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
 - b. En déduire la résolution des équations suivantes :

$$\begin{aligned}x^2 - 16x + 64 &= 0, \\x^2 - 16x + 39 &= 0 \\(x - 3)(2x + 1)^2 - 4x(x - 3)^2 + x - 3 &= 0.\end{aligned}$$

2. On considère la fraction $F(x) = \frac{C(x)}{B(x)}$.
 - a. Pour quelles valeurs de x la fraction $F(x)$ est-elle définie?
 - b. Simplifier $F(x)$.
 - c. Pour quelle valeur de x la fraction $F(x)$ est-elle égale à $+2$?
 - d. Existe-t-il une valeur de x pour laquelle $F(x)$ est égale à 16 ?
3. Résoudre les inéquations

$$8x + 1 > 0 \quad \text{et} \quad x - 13 > 0.$$

En déduire les valeurs de x pour lesquelles la fraction $F(x)$ est positive.

GÉOMÉTRIE

On considère un triangle ABC dont tous les angles sont aigus, le cercle circonscrit à ce triangle, le centre O de ce cercle, le point D diamétralement opposé au point A sur ce cercle, l'orthocentre H du triangle ABC et le pied E de la hauteur issue de A et relative à [BC].

1. Démontrer que (BH) et (DC) sont parallèles.
2. Démontrer que les angles \widehat{EAC} , \widehat{BAD} et \widehat{BCD} sont égaux.
3. Démontrer que les triangles AEC et ABD sont semblables.
4. On suppose que l'angle \widehat{ABC} mesure 30° , que [AB] mesure 6 cm et que le diamètre du cercle circonscrit mesure 7 cm.
Calculer les longueurs des segments [BE], [BD] et [BC].
5. La droite (AE) recoupe le cercle en un point A'.
Calculer la longueur du segment [EA'].