

∞ Brevet des collèges Rennes septembre 1974 ∞

ALGÈBRE

On considère les fonctions P et Q telles que

$$\begin{aligned}P(x) &= (x+2)^2 - 9, \text{ et} \\Q(x) &= (x+5)(x+2) - (x+5)^2 + 2x^2 + 10x.\end{aligned}$$

1. Développer et ordonner $P(x)$ et $Q(x)$.
2. Mettre $P(x)$ et $Q(x)$ sous forme de produits de facteurs.
3. On considère $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$.
Déterminer le domaine de définition de $f(x)$ et donner une écriture simplifiée de $f(x)$.
4. Calculer la valeur de $f(x)$ dans les cas suivants

$$x = 1, \quad x = 3, \quad x = -\frac{5}{2}.$$

5. Quelles sont les valeurs de x pour lesquelles on a : $P(x) = 7$?
6. On pose $g(x) = x - 1$, $h(x) = 2x - 3$.
Déterminer $(h \circ g)(x)$ et $h^{-1}(x)$.

GÉOMÉTRIE

Dans un plan P rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) orthonormé, on donne les points

$$A(-5, 0), \quad B\left(\frac{5}{2}; 0\right), \quad C(1; 3), \quad M(10; 0).$$

1.
 - a. Calculer les distances $d(A, C)$, $d(C, B)$ et $d(A, B)$.
Montrer que le triangle (A, B, C) est rectangle.
 - b. Vérifier les égalités $\frac{d(A, C)}{d(C, B)} = -\frac{\overline{OC}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}$.
2.
 - a. Soient D le milieu du bipoint (A, B) et E le milieu du bipoint (O, M) .
Calculer les coordonnées de D et E et les distances $d(A, D)$, $d(C, D)$, $d(O, E)$, $d(E, C)$.
Quel est le centre du cercle \mathcal{C}_1 passant par les trois points A, B, C ?
Quel est le centre du cercle \mathcal{C}_1 passant par les trois points O, C, M ?
 - b. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{CD} et \overrightarrow{CE} .
Montrer que ces vecteurs sont orthogonaux.
Quelles sont les tangentes en C aux cercles \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 ?