

∞ Brevet Élémentaire du Premier Cycle ∞
Rennes septembre 1969

ALGÈBRE

1. Quel est le degré du polynôme

$$P(x) = x^2 - (x^2\sqrt{2} - 1)x\sqrt{2} - 3x^2 - x(1 + \sqrt{2}) - 1 + 5x^3.$$

2. Démontrer que le nombre $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est racine de l'équation

$$x^2 - x - 1 = 0.$$

3. Effectuer le produit

$$\left(x - \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) \left(-\frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right).$$

En déduire une autre solution de l'équation

$$x^2 - x - 1 = 0.$$

4. On donne trois points, A, B et C, dans cet ordre, sur une droite. La mesure de [AB] est 1, celle de [BC] est x .

Démontrer que, si $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, les rapports $\frac{BC}{AB}$ et $\frac{AC}{BC}$ sont égaux.

5. Calculer une valeur approchée à $\frac{1}{1000}$ près du nombre $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

N. B. - Les questions 4. et 5. sont indépendantes des trois premières.

GÉOMÉTRIE

On donne un segment [AB], de mesure a , et le point C, appartenant au segment [AB], qui partage ce segment dans le rapport arithmétique $\frac{3}{2}$.

On trace les droites (D_1) , (D_2) et (D) , perpendiculaires à (AB) et passant respectivement par A, B et C.

M est un point de la droite (D) ; la droite (AM) coupe (D_2) en E; la droite (BM) coupe (D_1) en F; la droite (EF) coupe (D) en H et la droite (AB) en G.

1. Calculer, en fonction de a , la mesure du segment [AC].

2. Calculer les rapports $\frac{AC}{AB}$, $\frac{CM}{BE}$, $\frac{FH}{FE}$ et $\frac{HM}{BE}$.

En déduire la position du point M sur le segment [CH].

3. Calculer les rapports $\frac{AM}{ME}$, $\frac{AF}{BE}$ et $\frac{AG}{BE}$.

En déduire que la position de G ne dépend pas de la position de M sur la droite (D) .

4. Calculer les mesures des segments [AG] et [CG].

En déduire la mesure de l'angle \widehat{AGF} si la mesure de CM est $6a$.